



UBT 306 - Foton Algılayıcıları

Ara Sınav Cevap Anahtarı

Tarih: 22 Nisan 2015

Süre: 90 dk.

İsim: _____

1. (a) (5) Radyoaktivite nedir, tanımlayınız?

Bir radyoizotopun aktivitesi (A), izotopun birim zamandaki toplam bozunması olarak tanımlanır. Radyoaktif bozunma denkleminde aşağıdaki gibi verilir.

$$A = \left. \frac{dN}{dt} \right|_{\text{bozunma}} = -\lambda N \quad (0.0.1)$$

Bu denklemde N radyoaktif çekirdek sayısı, λ ise bozunma sabitidir (*decay constant*). λ 'nın (SI) birimi *becquerel* (Bq)'dir.

$$1 \text{ Bq} = 1 \text{ bozunma} / \text{saniye} \quad (0.0.2)$$

(b) (5) Bremsstrahlung (fren radyasyonu) nedir? Senkrotron radyasyonu ile arasındaki fark nedir?

- Hızlı elektronlar madde ile etkileşime girdiklerinde, enerjilerinin bir kısmı bremsstrahlung (fren radyasyonu) biçiminde elektromanyetik radyasyona dönüşür.
- Bremsstrahlung dönüşen elektron enerjisi oranı, elektronun enerjisi arttıkça artar ve yüksek atom numarasına sahip materyaller için daha fazladır.
- Yavaşlayan tek enerjili elektronların bremsstrahlung enerji spektrumu sürekli olup en fazla elektronun başlangıç enerjisi kadar olabilir.
- Senkrotron radyasyonu manyetik alan altında gerçekleşirken, bremsstrahlung elektrik alan altında gerçekleşir.

(c) (5) Durdurma gücü nedir? Hangi parametrelere bağlıdır?

Yüklü parçacığın herhangi bir soğurucu atomdaki lineer durdurma gücü (S), o parçacığın diferansiyel yol uzunluğundaki (dx), diferansiyel enerji kaybı (dE) olarak tanımlanır:

$$S = -\frac{dE}{dx} \quad (0.0.3)$$

Spesifik enerji kaybı klasik anlamda Bethe denklemi ile verilir.

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e^4 z^2}{m_0 v^2} NB \quad (0.0.4)$$

burada

$$B \equiv Z \left[\ln \frac{2m_0 v^2}{I} - \ln \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) - \frac{v^2}{c^2} \right]$$

- v ve ze temel parçacığın hızı ve yükünü,
- N ve Z soğurucu atomun sayı yoğunluğunu ve atom sayısını,
- m_0 elektronun durağan kütleini ve e elektronun yükünü,
- I parametresi soğurucu maddenin ortalama uyarma ve iyonlaşma potansiyelini verir ve her element için deneysel olarak bulunur.

(d) (5) Algılama etkinliği nedir?

- Sayım etkinliği mutlak ve gerçek etkinlik olarak ikiye ayrılır.
- Mutlak etkinlik

$$\epsilon_{abs} = \frac{\text{kaydedilen puls sayısı}}{\text{kaynaktan yayılan radyasyon sayısı}} \quad (0.0.5)$$

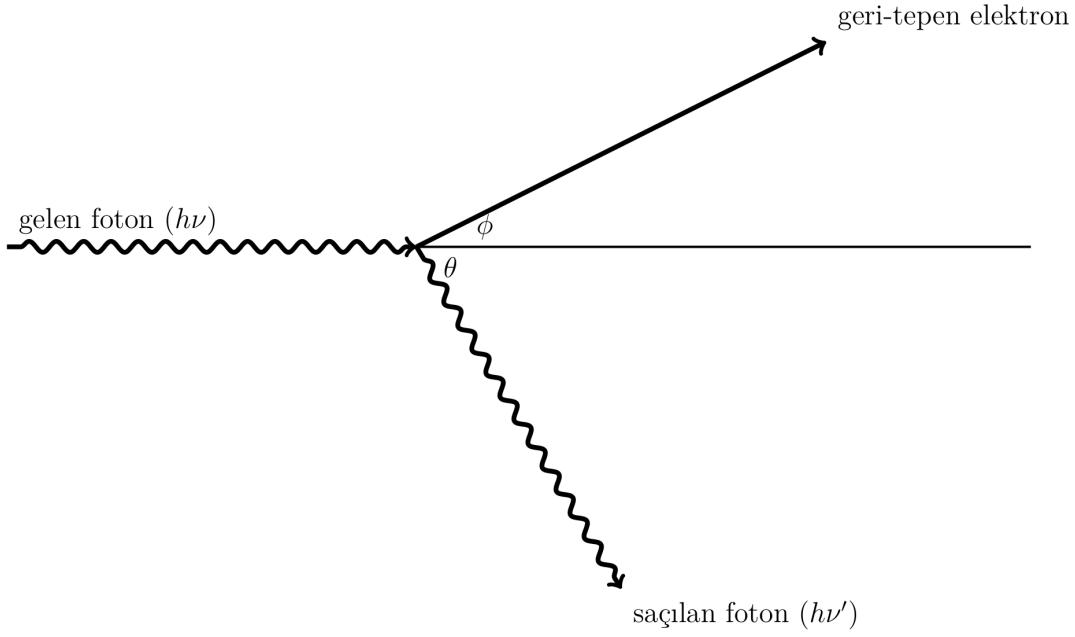
olarak tanımlanır. Dedektörün özelliğine ve sayım geometrisine bağlıdır.

- Gerçek etkinlik

$$\epsilon_{int} = \frac{\text{kaydedilen puls sayısı}}{\text{dedektöre ulaşan radyasyon sayısı}} \quad (0.0.6)$$

olarak tanımlanır ve sadece dedektörün özelliğine bağlıdır.

- İzotropik kaynaklar için $\epsilon_{int} = \epsilon_{abs}(4\pi/\Omega)$ olarak verilir. Ω katı açı olarak tanımlanır.
- Dedektör etkinliği çoğu zaman gerçek etkinlik ile ifade edilir.
- Bu etkinlik, dedektör malzemesine, gelen radyasyonun enerjisine ve dedektörün bu yöndeki kalınlığına bağlıdır.



Şekil 0.0.1: Compton saçılımı.

2. (20) Gama ışını etkileşimleri nelerdir, tanımlayınız ve aralarındaki fark/farkları belirtiniz.

(a) Fotoelektrik olay.

- Bu işlemde soğurucu ile etkileşime giren foton kaybolur. Onun yerine atoma bağlı olan elektronlardan biri fotoelektron olarak fırlatılır.
- Fotoelektronun enerjisi

$$E_{e^-} = h\nu - E_b \quad (0.0.7)$$

ile verilir. Burada E_b yörünge elektronunun bağlanma enerjisidir.

- Fotoelektrik işlem enerjisi düşük olan gama-ışınları için baskın olan etkileşimdir.
- Bu işlem aynı zamanda atom numarası (Z) yüksek olan soğurucular içinde önemlidir.
- Fotoelektrik soğurma olasılığı yaklaşık olarak şu denklemle ifade edilebilir.

$$\tau \cong \text{sabit} \times \frac{Z^n}{E_\gamma^{3.5}} \quad (0.0.8)$$

burada n 4 ile 5 arasında değişen bir değerdir.

(b) Compton saçılımı

- Bu işlem gelen gama-ışını fotonu ve soğurucu materyaldeki elektron arasında gerçekleşir.
- Compton saçılımında gelen gama-ışını fotonun yönü θ açısı kadar değişir (Şekil 0.0.1).
- Foton enerjisinin bir kısmını elektrona aktarır. Çarpışmadan sonra elektrona “geri tepen elektron” denir.

-
- Bütün saçılma açıları mümkün olduğundan elektronun enerjisi geniş bir aralığa sahiptir.
 - Enerji transferi ve saçılma enerjisi arasındaki bağıntı kütle ve momentumun korunumu denklemleriyle bulunur. Buradan

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_0c^2}(1 - \cos\theta)} \quad (0.0.9)$$

ile verilir. Bu denklemden m_0c^2 elektronun durağan kütle enerjisidir (0.511 MeV).

- Compton etkileşimi katsayısı σ , atom numarası ile doğru enerji ile ters orantılı olarak değişir.

$$\sigma \cong \text{sabit} \times \frac{Z}{E} \quad (0.0.10)$$

(c) Çift oluşumu.

- Eğer gama ışını enerjisi elektronun durağan kütle enerjisinin iki katından büyük ise (> 1.022 MeV) çift oluşumu etkileşimi enerjik olarak mümkündür.
- Bu işlemin oluşma olasılığı bir kaç MeV enerjiye sahip olan gama ışınları için önemli oranda artar.
- Bu işlemde gama ışını fotonu yok olur ve elektron-pozitron çifti oluşur.
- Fotonun sahip olduğu 1.022 MeV'den fazla enerji bu iki parçacık arasında paylaşılır.
- Pozitron yavaşladıktan sonra yok olacağından, iki yok olma fotonu ikinci ürün olarak açığa çıkar.
- Çift oluşum işleminin olasılığı basit bir denklemlerle verilemez. Ama büyüklüğü yaklaşık Z^2 ile doğru orantılıdır.

-
3. (a) (10) Dünya'dan bakıldığında Ay gökyüzünde 0.5° 'lik bir açıyı kaplıyor. Eğer Dünya'dan Ay'a rastgele bir lazer ışığı gönderilirse, bunun Ay'a çarpma olasılığını hesaplayınız.

Lazer ışığı izotropik kabul edilirse, olasılık

$$P = \frac{\Omega}{4\pi} \quad (0.0.11)$$

ile verilir.

Katı açısı

$$\Omega = 2\pi \left(1 - \frac{d}{\sqrt{d^2 + a^2}} \right) \quad (0.0.12)$$

$$\Omega = 2\pi \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (a/d)^2}} \right) \quad (0.0.13)$$

$$\frac{a}{d} = \tan(0.5^\circ/2) = 4.36 \times 10^{-3} \quad (0.0.14)$$

Değerleri yerine koyarsak olasılık

$$P = 4.76 \times 10^{-6} \quad (0.0.15)$$

bulunur.

- (b) (5) Ay'ın gökyüzünde kapladığı alan çok küçük ise, katı açının

$$\Omega = \frac{\pi a^2}{d^2} \quad (0.0.16)$$

olduğunu gösteriniz.

Katı açısı

$$\Omega = 2\pi \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (a/d)^2}} \right) \quad (0.0.17)$$

Yukarıdaki denklemde binom açılımını uygularsak $((x + 1)^{-n} = 1 - nx)$

$$\Omega = 2\pi \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (a/d)^2}} \right) \quad (0.0.18)$$

$$\Omega = 2\pi \left(1 - \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{a}{d} \right)^2 \right) \right) \quad (0.0.19)$$

Denklemi organize edersek

$$\Omega = \frac{\pi a^2}{d^2} \quad (0.0.20)$$

bulunur.

- (c) (5) Ay gökyüzünde 1×10^{-3} derecelik bir açı kaplıyorsa, aynı lazer ışığının Ay'a çarpma olasılığını hesaplayınız.

$$\Omega = \frac{\pi a^2}{d^2} \quad (0.0.21)$$

buradan

$$\frac{a}{d} = \tan(\theta/2) = \theta/2 = 1 \times 10^{-3}/2 \quad (0.0.22)$$

Olasılık

$$P = \frac{\Omega}{4\pi} = \frac{\pi(0.5 \times 10^{-3})^2}{4\pi} \quad (0.0.23)$$

$$P = 6.25 \times 10^{-8} \quad (0.0.24)$$

olarak bulunur.

4. Katı açısı 0.2 olan bir deney geometrimiz olsun. Aktivitesi 20 kBq'lık izotropik radyoaktif kaynağınan çıkan fotonların %80'i 1 MeV enerjideki gerçekte etkinliğinin %10 olduğunu biliyoruz. Dedektörün enerji çözünürlüğü ihmal ediliyor.

(a) (10) Dedektörümüzle 1000 saniye data toplarsak, kaç tane 1 MeV enerjili foton sayarız?

Radyoaktif kaynaktan çıkan foton sayısı

$$S = 0.8 \times 20 \times 10^3 \times 1000 = 1.6 \times 10^7 \quad (0.0.25)$$

buradan

$$N = \frac{S \epsilon_{ip} \Omega}{4\pi} \quad (0.0.26)$$

$$N = \frac{1.6 \times 10^7 \times 0.1 \times 0.2}{4\pi} \quad (0.0.27)$$

$$N = 25465 \quad (0.0.28)$$

bulunur.

(b) (10) 100 saniyede ölçülen arkaplan radyasyonu 500 ise net sayımı ve sayım oranını standart sapması ile hesaplayalım.

Net sayım

$$N_{net} = 25465 - \frac{1000 \times 500}{10} = 20465 \quad (0.0.29)$$

Ölçümü 100 saniye yapıldığından, öncelikle arkaplan hatasını hesaplayalım.

$$\sigma_A = \frac{1000}{100} \sigma_a \quad (0.0.30)$$

$$\sigma_A = \frac{1000}{100} \sqrt{500} \quad (0.0.31)$$

$$\sigma_A = 224 \quad (0.0.32)$$

bulunur.

$$\sigma_{net}^2 = \sigma_N^2 + \sigma_A^2 \quad (0.0.33)$$

$$\sigma_{net}^2 = 25465 + 224^2 \quad (0.0.34)$$

$$\sigma_{net}^2 = 75465 \quad (0.0.35)$$

$$\sigma_{net} = 275 \quad (0.0.36)$$

Buradan net sayım ve standart sapması

$$N \pm \sigma_{net} = 20465 \pm 275 \quad (0.0.37)$$

bulunur.

Sayım oranı R

$$R = \frac{N}{t} \quad (0.0.38)$$

$$R = \frac{25465}{1000} \quad (0.0.39)$$

$$R = 25.47 \quad (0.0.40)$$

Sayım oranı sapması da

$$\sigma_R = \frac{\sigma_N}{1000} \quad (0.0.41)$$

$$\sigma_R = \frac{\sqrt{25465}}{1000} \quad (0.0.42)$$

$$\sigma_R = 0.16 \quad (0.0.43)$$

Sonuç olarak

$$R \pm \sigma_R = 25.47 \pm 0.16 \quad (0.0.44)$$

bulunur.

5. (20) Aşağıdaki tabloda verilen bilgileri kullanarak, X, Y ve Z dedektörlerinin birbirlerine göre avantajlarını/dezavantajlarını açıklayınız. Dedektörlerin boyutları eşit kabul ediliyor.

	X	Y	Z
Atom Numarası	14	32	80
Yoğunluk, ρ (g/cm ³)	2.32	4.12	7.56
Band Aralığı, E_g (eV)	1.52	0.62	2.68
Özdirenç, ρ (Ω .cm)	50	$\sim 10^5$	$\sim 10^{13}$
Elektron-deşik çifti oluşturma enerjisi, w (eV)	3.60	2.42	6.50
Elektron $(\mu\tau)_e$ (cm ² /V)	> 1	3×10^{-4}	1×10^{-2}
Deşik $(\mu\tau)_h$ (cm ² /V)	≈ 1	5×10^{-5}	1×10^{-3}

- Durdurma gücü $\implies Z > Y > X$
- Oda sıcaklığında çalışma $\implies Y \searrow \quad X, Z \nearrow$
- Sızıntı akımı $\implies X > Y > Z$
- Enerji çözünürlüğü $\implies Y > X > Z$
- Yük taşıma kapasitesi $\implies X > Z > Y$