



2024
АНТАЛЬЯ
МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА ПО
МАТЕМАТИКЕ

9.КЛАСС ВОПРОСНИК

ИМЯ ФАМИЛИЯ :
ШКОЛА: КЛАСС:
ПОДПИСЬ :

Правила проведения экзамена

1. На экзамен запрещается заходить с мобильным телефоном. Телефон нужно сдать контролёру. Длительность экзамена составляет 120 минут и экзамен состоит из 25 тестовый заданий.
2. Каждый вопрос имеет всего один правильный ответ. Выберите верный вариант и полностью закрасьте кружок на листе ответов, в соответствии с номером вопроса. Ни один ответ в вопроснике не будет принят.
3. Все вопросы равносильные, четыре неправильных ответа забирают один правильный. При оценивании не отмеченный вопрос никак не влияет на общий балл.
4. Степень сложности вопросов последовательно не увеличивается. Поэтому, прежде чем начать, лучше ознакомиться со всеми вопросами.
5. На экзамене запрещается использовать дополнительные принадлежности(циркуль, линейку, калькулятор), а также дополнительные листы для вычислений. Все вычисления должны проводиться в вопроснике.
6. Во время экзамена нельзя разговаривать и задавать вопросы контролёрам. Существует очень малая вероятность, того что в вопросах будет ошибка. Если произойдёт подобное, то экзаменационный центр предпримет нужные меры. В данной ситуации с вашей стороны остаётся выбрать верный для вас вариант ответа.
7. Ученикам запрещено просить друг у друга карандаш, ручку, ластик и тому подобное.
8. Первые 60 минут запрещено покидать экзамен. Участник, покинувший экзаменационный зал, не может обратно зайти на экзамен.
9. После окончания экзамена обязательно сдайте контролёру вопросник и лист ответов.

1. Множество A состоит из простых чисел, которые можно записать в виде суммы двух простых чисел, а множество B состоит из простых чисел, которые можно записать в виде разности двух простых чисел. Найдите количество элементов множества $A \cap B$.

- A) 1 B) 2 C) 3 D) бесконечно E) 6

2.

$$A(1) = \frac{1}{1},$$

$$A(2) = \frac{1}{2} + \frac{2}{2},$$

$$A(3) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{3}{3},$$

$$A(4) = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \frac{4}{4},$$

следуя данному правилу, в самом конце получим:

$$A(9) = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{3}{9} + \dots + \frac{8}{9} + \frac{9}{9}.$$

Найдите значение суммы: $A(1) + A(2) + A(3) + \dots + A(9)$.

- A) 27 B) 25 C) 26 D) 20 E) 30

3. Зная, что a, b и c положительные целые числа. Найдите сумму

$$a + b + c,$$

если верно

$$1 \div (a + 1 \div (b + 1 \div c)) = \frac{21}{68}.$$

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 15 E) 16

4. Найдите отношение $\frac{x+y}{x-y}$, если $x > y$ и

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{34}{3}.$$

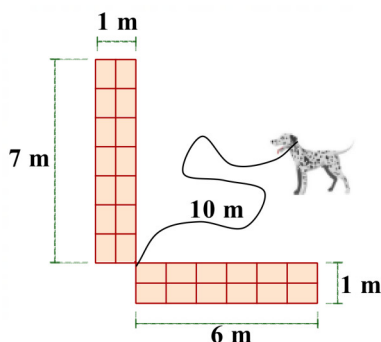
- A) $\sqrt{\frac{17}{3}}$ B) $\sqrt{\frac{8}{3}}$ C) $\sqrt{\frac{5}{2}}$ D) $\sqrt{\frac{10}{7}}$ E) $\sqrt{\frac{17}{2}}$

5. Определите количество 2 в полученном целом числе, после операции сложения данного выражения.

$$\begin{array}{r}
 1992 \\
 19993 \\
 199994 \\
 \vdots \\
 199999998 \\
 + 1999999999 \\
 \hline
 \end{array}$$

- A) 5 B) 7 C) 6 D) 8 E) 1

6. Айсу привязала 10-метровый поводок своей собаки, как показано на рисунке, между стенами, длины которых 6 и 7 метров, а ширина стен 1 метр. Найдите сумму площадей, до которых может добраться участок шеи, к которому прикреплен ошейник собаки.



- A) 29π B) $\frac{61}{2}\pi$ C) 27π D) $\frac{53}{2}\pi$ E) $\frac{69}{2}\pi$

7. Найдите разность $A - B$, если

$$A = \left(\frac{123454320}{123454321} \right)^2 + \left(\frac{123454322}{123454321} \right)^2, \quad B = 2 \left(\frac{1}{123454321} \right)^2.$$

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

8. Сколькими различными способами можно разложить 10 одинаковых книг по математике, 9 одинаковых книг по физике и 1 книгу по химии на полке, чтобы две рядом стоящие книги не были книгами одного предмета?

- A) 45 B) 36 C) 38 D) 48 E) 35

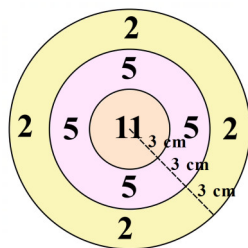
9. Сколько различных множеств C , удовлетворяют условию

$$C \subseteq B \quad \text{и} \quad s(A \setminus C) = 3,$$

где $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ и $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

- A) 30 B) 45 C) 15 D) 60 E) 75

10.



Бурхан бросает дротики в доску для игры дартс, состоящую из кругов с общим центром и радиусами 3, 6, 9 см соответственно. Каждый раз дротик попадает в некоторый сектор. При продолжительном бросании дротиков, определите среднее количество очков Бурхана?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 5,5 E) 4,5

11. Зная, что

$$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{97} + \frac{1}{99}$$

$$B = 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{101}$$

$$C = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{97} + \frac{1}{99}$$

$$D = \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{101}$$

вычислите значение выражения:

$$A \cdot B - C \cdot D$$

- A) $\frac{98}{101}$ B) $\frac{99}{101}$ C) $\frac{100}{303}$ D) $\frac{100}{101}$ E) $\frac{98}{303}$

12. Число x – является целым положительным числом. Зная, что

$$x^x = 2^{24} \cdot 3^x,$$

найдите значение выражения:

$$\left(\frac{x}{4}\right)^3.$$

- A) 12 B) 8 C) 81 D) 27 E) 64

17. Для $x, y \in \mathbb{R}$, найдите наибольшее возможное значение выражения

$$x + y - xy,$$

если

$$x^2 + y^2 = \frac{3}{2}.$$

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{9}{4}$

18. Многочлен $Q(x)$, при целых значениях x , принимает целые значения.

$$P(x) = 3x - 3 + (x - 1)(x - 2)Q(x)$$

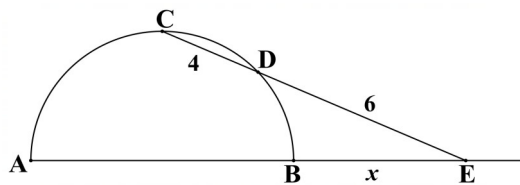
Для многочлена $P(x)$ с наименьшей степенью, вычислите значение $P(4)$, если для некоторого целого числа $n > 3$, справедливо равенство $P(n) = n!$

- A) 146 B) 81 C) 58 D) 69 E) 63

19. На рисунке дана полуокружность с диаметром AB , где точка C делит дугу AB на две равные части. На дуге BC взята точка D .

$$CD \cap AB = E, \quad |DE| = 6, \quad |CD| = 4$$

Найдите длину $|BE| = x$?



- A) $3\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{5}$ D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{6}$

20. Для действительных чисел x и y , верны равенства:

$$\sqrt{x\sqrt[3]{y}} = 6^6 \quad \text{и} \quad \sqrt[3]{y\sqrt{x}} = 4^4,$$

Сколько целых положительных делителей имеет целое число $x \cdot y$?

- A) 321 B) 300 C) 360 D) 310 E) 341

21. Найдите количество таких пятерок (a, b, c, d, e) , при которых сумма

$$a + b + c + d + e$$

образует чётное число, если известно, что числа a, b, c, d и e равны цифрам 0, 3 и 4

- A) 144 B) 124 C) 122 D) 133 E) 136

22. На сторонах AC и BC равностороннего треугольника ABC , взяты точки F и E соответственно, так что

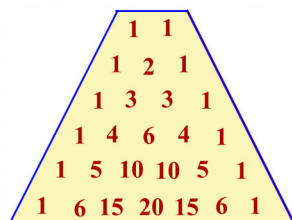
$$3|EC| = |FC| = 6.$$

Найдите длину $|AD|$, если

$$EF \cap AB = D \quad \text{и} \quad BF \perp FE.$$

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

23. Трапеция Паскаля, состоит из числовых строчек, каждое число равно сумме двух расположенных над ним чисел, предыдущей строки.



Продолжая заполнять трапецию Паскаля, на какой строке последовательные три числа, будут пропорциональны числам 2, 3 и 4. Например, последовательные три числа 4, 6, 4 из 4 строки пропорциональны числам 2, 3, 2.

- A) 34 B) 36 C) 42 D) 43 E) 44

24. В прямоугольнике $ABCD$, где $|AB| = 2|BC|$, вписаны две полуокружности с диаметрами AB и BC . Окружности пересекаются в точке F , отличной от точки B . Зная, что точка F находится на расстоянии 3 см от стороны DC , найдите площадь прямоугольника $ABCD$.

- A) 180 B) 210 C) 270 D) 450 E) 360

25. Последовательность положительных целых чисел $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}$ образуют арифметическую прогрессию. Найдите чему равен a_{100} , если

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = 133,$$

$$a_{a_1} + a_{a_2} + a_{a_3} + a_{a_4} + a_{a_5} + a_{a_6} + a_{a_7} = 553.$$

- A) 403 B) 210 C) 440 D) 506 E) 434