



ULUSAL ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYATI

27. ULUSAL ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYATI

## 9. SINIF A GRUBU

6 MAYIS 2023 Cumartesi, 15.00-16.30

ADI SOYADI : .....

OKUL ..... SINIF : .....

İMZA : .....

### SINAVLA İLGİLİ UYULACAK KURALLAR

1. Cep telefonuyla sınava girmek yasaktır. Cep telefonunuzu görevliye teslim ediniz. Bu sınav 15 sorudan oluşmaktadır ve sınav süresi 100 dakikadır.
2. Cevap kağıdınıza soru kitapçığımızın türünü işaretlemeyi unutmayınız.
2. Her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı, cevap kağıdınızdaki ilgili kutucuğu tamamen karalayarak işaretleyiniz. Soru kitapçığındaki hiç bir işaretleme değerlendirmeye alınmayacaktır.
3. Her soru eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürecektir. Boş bırakılan soruların değerlendirmede olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır.
4. Sorular zorluk sırasında DEĞİLDİR. Dolayısıyla yanıtlamaya geçmeden önce bütün soruları gözden geçirmeniz önerilir.
5. Sınavda pergel, cetvel, hesap makinesi gibi yardımcı araçlar ve karalama kağıdı kullanılması yasaktır. Tüm işlemlerinizi soru kitapçığı üzerinde yapınız.
6. Sınav süresince görevlilerle konuşulmayacak ve onlara soru sorulmayacaktır. Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen, en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir.
7. Öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
8. İlk 60 dakika sınavdan çıkmak yasaktır. Dışarıya çıkan bir aday tekrar sınava alınmayacaktır.
9. Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kağıdınızı ve soru kitapçığını görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

1.  $a$  ve  $b$  pozitif reel sayılar olmak üzere,

$$ab = 1 \text{ ve } \frac{a - b}{a^2 + b^2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

eşitlikleri varsa  $a + b$  kaçtır?

A)  $2\sqrt{6}$

B)  $\sqrt{3}$

C)  $\sqrt{6}$

D)  $3\sqrt{2}$

E)  $2\sqrt{3}$

2.  $\{1, 2, \dots, 25\}$  kümesi, toplamı  $5$ 'e bölünebilen iki farklı tamsayı aynı altkümeye olmayacak şekilde,  $n$  ayrık altkümeye ayrılacaktır. Örneğin,  $6$  ve  $9$ , toplamı  $5$ 'e bölüneceğinden aynı altkümeye bulunamazlar. Buna göre,  $n$  sayısının en küçük değeri için oluşturulacak altkümelerin eleman sayılarının çarpımı en az kaç olur?

A) 121

B) 110

C) 101

D) 108

E) 103

3.  $n!$  sayısı,  $n$  ile  $n$  sayısından küçük bütün pozitif tamsayıların çarpımını göstermektedir. Örneğin  $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$  demektir. Buna göre,

$$P = \frac{1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot 2023! \cdot 2024!}{n!}$$

sayısı tamkare olacak şekilde en küçük  $n$  sayısının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 9                      B) 5                      C) 6                      D) 7                      E) 4

4. Toplamı  $n$  olan üç doğal sayının çarpıma göre terslerinin toplamı 1 oluyorsa,  $n$  sayısına **garip sayı** diyelim. Örneğin, 9 ve 11 sayıları birer garip sayıdır. Çünkü :

$$11 = 2 + 3 + 6 \quad \text{ve} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1.$$

$$9 = 3 + 3 + 3 \quad \text{ve} \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1.$$

Kaç garip sayı vardır?

- A) 2                      B) 3                      C) 4                      D) 5                      E) Sonsuz

5.  $k$  ve  $m$  aralarında asal iki pozitif tamsayı olmak üzere,

$$\frac{5}{8} < \frac{k}{m} < \frac{2}{3}$$

koşulu sağlansın. Buna göre, en küçük  $m$  değeri için  $m + k$  kaçtır?

A) 19

B) 18

C) 23

D) 16

E) 21

6. Rakamları **1, 2, 3, 4** ve **5** olan rakamları farklı tüm beş basamaklı sayılar büyükten küçüğe doğru yazılıyor. En büyükten itibaren her bir sayının önüne sırasıyla aşağıdaki gibi  $+$  ve  $-$  işaretleri konularak

$$S = 54321 - 54312 + 54231 - 54213 + \dots + 12354 - 12345$$

ifadesi elde ediliyor.  $S$  ifadesinin değerini hesaplayınız.

- A) **1024**      B) **1124**      C) **540**      D) **1080**      E) **360**

7.  $p$  bir asal sayı olmak üzere,

$$x^3 - px^2 + mx - 24 = 0$$

denkleminin tüm kökleri pozitif tamsayılar ise,  $m$  kaçtır?

A) 32

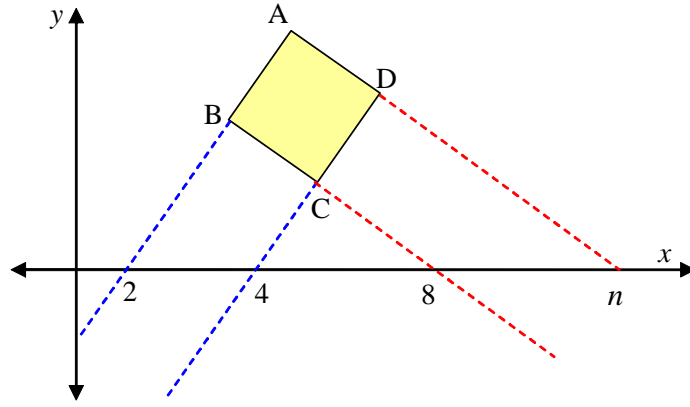
B) 26

C) 34

D) 31

E) 28

8.



***ABCD*** karesinin kenar doğruları  $x$  eksenini şekildeki gibi **2**, **4**, **8** ve  $n$ 'de kesmektedir. ***ABCD*** karesinin alanı tamsayı olacak şekilde en büyük  $n$  değeri kaçtır?

- A)  $2\sqrt{3} + 8$     B)  $3\sqrt{3} + 8$     C)  $3\sqrt{2} + 8$     D)  $2\sqrt{2} + 8$     E)  $\sqrt{3} + 9$



9. Dört basamaklı bir sayı, ilk iki ve son iki basamağındaki sayıların toplamının karesine eşit ise, bu sayıya **kapkare sayı** diyelim. Örneğin, **9801** sayısı kapkare sayıdır. Çünkü,

$$9801 = (98 + 01)^2$$

eşitliği sağlanır. Kaç tane **kapkare** sayı vardır?

A) 4

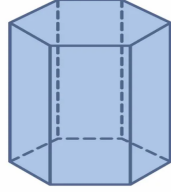
B) 5

C) 3

D) 6

E) 1

10. Aynı doğru üzerinde olmayan herhangi üç nokta bir üçgen belirtir. Şekildeki altıgen prizmanın üç farklı köşesi rastgele seçiliyor. Seçilen bu üç noktanın oluşturduğu üçgensel bölgenin, prizmanın herhangi bir **yüzünde olmama olasılığı** nedir?



A)  $\frac{9}{11}$

B)  $\frac{49}{55}$

C)  $\frac{7}{11}$

D)  $\frac{27}{55}$

E)  $\frac{39}{55}$

11.  $a_1 = 1^2 + 1 + 1$ ,  $a_2 = 2^2 + 2 + 1$ ,  $a_3 = 3^2 + 3 + 1$ , ...,  $a_n = n^2 + n + 1$  şeklinde tanımlanmış bir sayı örüntüsü verilsin. Bu sayı örüntüsünün bir terimi olan

$$A = (18^2 + 18 + 1)(19^2 + 19 + 1)$$

sayısı bu örüntünün kaçınıcı terimidir?

- A) 401                      B) 326                      C) 181                      D) 361                      E) 325

12. Bir  $ABC$  üçgeninde  $D \in [BC]$  ve  $E \in [AC]$  dir. Bu üçgende,  $m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{EBC})$  ve  $m(\widehat{ADB}) = 2m(\widehat{BEA}) = 70^\circ$  olduğuna göre  $m(\widehat{EDC})$  kaç derecedir?
- A) 55                      B) 50                      C) 60                      D) 65                      E) 70

13. Berk Ege'nin yaşıdayken, Masal'ın yaşı Ege'nin yaşının iki katıydı. Masal, Berk'in yaşıdayken Ege **24** yaşıdaydı. Ege, Masal'ın yaşında olduğunda, Berk **66** yaşında olacaktır. Buna göre; Ege, Berk'in yaşında olduğunda; Berk, Ege ve Masal'ın yaşları toplamı kaç olur?
- A) **191**            B) **172**            C) **186**            D) **168**            E) **149**

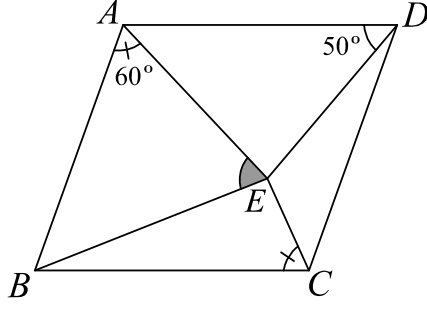
14.  $a, b, c$  birbirinden farklı reel sayılar ve  $a^2 + b^2 = 2c^2$  olmak üzere,

$$K(a, b, c) = \frac{(a + b + 2c)(2a^2 - b^2 - c^2)}{(a - b)(a + c)(b + c)}$$

fonksiyonu tanımlanıyor. Buna göre,  $K(20^2, 23^2, c)$  değeri kaçtır?

- A) 2023                      B) 3                      C) 43                      D) 460                      E) 129

15. Şekilde  $ABCD$  bir paralelkenardır.  $m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{BCE}) = 60^\circ$  ve  $m(\widehat{ADE}) = 50^\circ$  ise,  $m(\widehat{AEB})$  kaç derecedir?



A) 50

B) 65

C) 60

D) 55

E) 70

# YANITLAR

1.	C
2.	A
3.	E
4.	B
5.	B
6.	D
7.	C
8.	A
9.	C
10.	E
11.	D
12.	A
13.	D
14.	B
15.	E