2024
АНТАЛЬЯ
МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

6. КЛАСС ВОПРОСНИК

ИМЯ ФАМИЛИЯ : ....

ШКОЛА: .... КЛАСС: ....

ПОДПИСЬ : ....

Правила проведения экзамена

1. На экзамен запрещается заходить с мобильным телефоном. Телефон нужно сдать контролёру. Длительность экзамена составляет 120 минут и экзамен состоит из 25 тестовый заданий.

2. Каждый вопрос имеет всего один правильный ответ. Выберите верный вариант и полностью закрасьте кружок на листе ответов, в соответствие с номером вопроса. Ни один ответ в вопроснике не будет принят.

3.Все вопросы равносильные, четыре неправильных ответа забирают один правильный. При оценивании не отмеченный вопрос никак не влияет на общий балл.

4.Степень сложности вопросов последовательно не увеличивается. Поэтому, прежде чем начать, лучше ознакомиться со всеми вопросами.

5. На экзамене запрещается использовать дополнительные принадлежности(циркуль, линейку, калькулятор), а также дополнительные листы для вычислений. Все вычисления должны проводиться в вопроснике.

6. Во время экзамена нельзя разговаривать и задавать вопросы контролёрам. Существует очень малая вероятность, того что в вопросах будет ошибка. Если произойдёт подобное, то экзаменационный центр предпримет нужные меры. В данной ситуации с вашей стороны остаётся выбрать верный для вас вариант ответа.

7.Ученикам запрещено просить друг у друга карандаш, ручку, ластик и тому подобное.

8. Первые 60 минут запрещено покидать экзамен. Участник, покинувший экзаменационный зал, не может обратно зайти на экзамен.

9. После окончания экзамена обязательно сдайте контролёру вопросник и лист ответов.

1. Данное обозначение $n!$ показывает произведение $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$. Учитывая данное обозначение, найдите сумму числителя и знаменателя после полного сокращения дроби.

$$\frac{5! + 6! + 7!}{6! + 7!}$$

A) 90 B) 84 C) 85 D) 97 E) 86

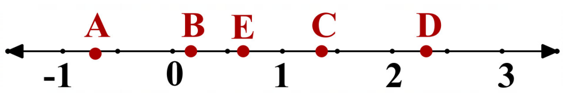
2. Абсолютная величина $|a|$ числа a определяется следующим образом: если $a \geq 0$, то $|a| = a$ и если $a \leq 0$, то $|a| = -a$.

Найдите сумму возможных значений числа **n** для уравнения:

$$|\mathbf{n} - |-3^2 - |-5^2 - |-2^3|||| = 12$$

A) 80 B) 84 C) 16 D) 24 E) 76

3.



На числовой оси некоторые числа заданы буквами **A**, **B**, **C**, **D** и **E**. Выберите наибольшее отношение.

A) $\frac{\mathbf{D}}{\mathbf{A}}$ B) $\frac{\mathbf{B}}{\mathbf{E}}$ C) $\frac{\mathbf{C}}{\mathbf{B}}$ D) $\frac{\mathbf{C}}{\mathbf{E}}$ E) $\mathbf{E} \cdot \mathbf{C}$

4. С книжной полки, где стоят 25 книг по турецкому языку, 20 книг по математике, 10 книг по познанию мира и 9 книг по английскому языку, случайным образом будут выбираться книги. какое минимальное количество книг нужно выбрать, чтобы среди выбранных книг по одному предмету было не меньше 13 книг?

A) 43 B) 44 C) 53 D) 50 E) 39

5. Найдите значение выражения:

$$\frac{2^{16}+2\cdot 2^{3}}{2^{17}}-\frac{2^{14}+8}{2^{16}}$$

A) $\frac{3}{8}$ B) 2 C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

6. Книжный шкаф состоит из 6 полок и на каждой полке соответственно лежат $23, 25, 32, 29, 26, 33$ книг. Определите за какое наименьшее число перестановок, можно добиться одинаковое количество книг на всех полках.

A) 12 B) 13 C) 10 D) 8 E) 9

7. Площадь трапеции равна произведению полусуммы большего и меньшего оснований на высоту. Измеряя линейкой, получаем значение, которое больше реального размера на 2%. Тунар для вычисления площади, использовал линейку, чтобы измерить высоту и основания трапеции. На сколько процентов больше площадь трапеции, которую вычислил Тунар, от реальной площади трапеции.

A) $4,04$ B) $4,02$ C) $4,01$ D) 4 E) $3,98$

8. Для любого положительного целого числа n

$$n = 2^{a}\cdot 3^{b}\cdot 5^{c}\cdot 7^{d}\cdots p^{k} \overset{\text{шифр}}{\rightarrow} (a,b,c,d,\ldots,k)$$

как показано на рисунке, число записывают в виде произведения простых множителей с соответствующей степенью в порядке возрастания, затем все степени записывают в ряд друг за другом, тем самым формируют шифр числа.

Например,

$$20 = 2^{2}\cdot 3^{0}\cdot 5^{1} \overset{\text{шифр}}{\rightarrow} (2,0,1)$$

$$30 = 2^{1}\cdot 3^{1}\cdot 5^{1} \overset{\text{шифр}}{\rightarrow} (1,1,1)$$

$$315 = 2^{0}\cdot 3^{2}\cdot 5^{1}\cdot 7 \overset{\text{шифр}}{\rightarrow} (0,2,1,1)$$

На какое число нужно умножить число с шифром $(1,2,3,4)$, чтобы получилось число шифр которого будет $(4,2,4,5)$?

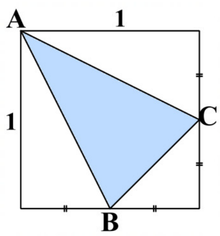
A) 280 B) 840 C) 480 D) 168 E) 96

9. Сколько нулей содержит число:

$$(10^7 + 777) \cdot 10^7 + 77 \cdot 10^8 - 1$$

A) 10 B) 7 C) 9 D) 3 E) 4

10. Площадь какого-либо треугольника равна половине произведения его стороны на высоту, проведённую к этой стороне. Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения длин его катетов.



На рисунке выше, внутри квадрата со стороной 1 , вписан треугольник, так что две его вершины B и C лежат на середине сторон квадрата. Найдите площадь закрашенной части.

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{5}{8}$

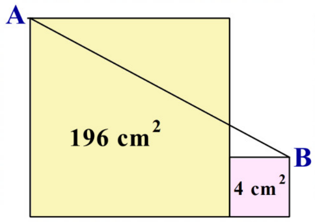
11. После того, как учитель написал на доске число 101, ученики по очереди стали записывать числа: сначала число больше на 5 единиц, потом на 10, далее на 15 и так каждый последующий ученик записывает число больше предыдущего на 5 единиц :

$$101, 106, 116, 131, 151, \ldots$$

Определите какое число будет записано последним учеником, если в классе 22 ученика.

A) 1361 B) 1366 C) 1356 D) 1351 E) 1371

12. Найдите длину $|AB|$, если площадь большего квадрата $196 см^2$, а площадь меньшего квадрата $4 см^2$.



A) 16 B) 20 C) 19 D) 15 E) 80

13. Для любого числа A, выражения $k(A)$, $b(A)$ и $t(A)$ определены следующим образом.

■ $k(A)$: наименьшая цифра из которых состоит число A

■ $b(A)$: наибольшая цифра из которых состоит число A

■ $t(A)$: сумма цифр из которых состоит число A

Например, для числа $A = 45601$, верно $k(A) = 0$, $b(A) = 6$ и $t(A) = 4 + 5 + 6 + 0 + 1 = 16$.

Зная что $b(A) = 7$, $t(A) = 25$ и $k(A)$ простое число, найдите количество чётных пятизначных чисел, все цифры которых различны.

A) 48 B) 120 C) 240 D) 24 E) 64

14. Для любого действительного числа x, запись $\lfloor x \rfloor$ обозначает наибольшее целое число, которое меньше x, а запись $\lceil x \rceil$ обозначает наименьшее целое число, которое больше x.

Определение : если x целое число , то верно:

$$\lfloor x \rfloor = \lceil x \rceil = x;$$

если же x не целое число, то верно:

$$\lfloor x \rfloor = \text{наибольшее целое число, которое меньше } x;$$

$$\lceil x \rceil = \text{наименьшее целое число, которое больше } x.$$

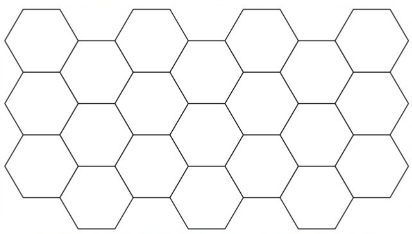
Например, $\lfloor 3,4 \rfloor = 3$, $\lceil 3,4 \rceil = 4$, $\lfloor 3 \rfloor = \lceil 3 \rceil = 3$.

Найдите наибольшее значение выражения, если $10 < x < 24$ и $10 < y < 24$

$$\left\lfloor \frac{x}{4} \right\rfloor - \left\lceil \frac{y}{3} \right\rceil$$

A) 3 B) 0 C) 2 D) 1 E) 4

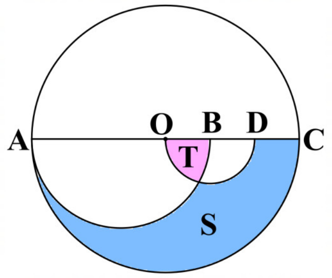
15.



Рисунок, состоящий из правильных шестиугольников, хотят закрасить в красный, синий и чёрный цвета. Сколькими различными способами можно закрасить шестиугольники при условии, что два соседних шестиугольника не должны быть одинакового цвета.

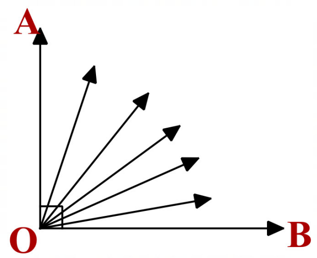
A) 8 B) 6 C) 9 D) 10 E) 120

16. Внутри окружности с радиусом 6см и центром в точке O, вписаны две полуокружности с разными радиусами. Зная, что $|\mathbf{OB}| = |\mathbf{BD}| = |\mathbf{DC}|$, определите на сколько больше площадь закрашенной части S, от площади закрашенной части T.



A) 8π B) 7π C) 9π D) 10π E) 6π

17. Сколько острых углов с вершиной в точке **O** есть на рисунке, если **OA** и **OB** перпендикулярны.



A) 22 B) 18 C) 15 D) 6 E) 20

18. Разрешены только нижеследующие операции над числами:

■ умножить число на 2.

■ прибавить к числу 2.

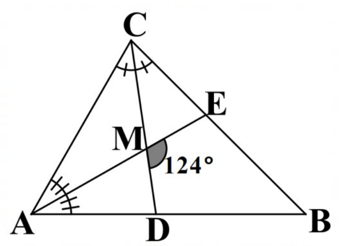
Используя только разрешённые операции, найдите минимальное количество действий чтобы можно было бы получить из числа 1 число 400.

A) 8 B) 10 C) 9 D) 12 E) 16

19. На концерт продаются как стоячие, так и сидячие билеты. Три четвёртые всех зрителей, заняли четыре пятых всех сидячих мест. 24 сидячих билета остались не проданными и эти места остались свободными. Сколько стоячих билетов было продано?

A) 24 B) 32 C) 36 D) 42 E) 30

20. Биссектрисы AE и CD, данного на рисунке треугольника ABC, пересекаются в точке M . Найдите градусную меру угла $\angle ABC$, если $m(\angle DME) = 124^\circ$.



A) 60° B) 72° C) 68° D) 82° E) 76°

21. Сколько трёхзначных чисел меньше 500, полностью делятся на цифру из разряда сотен?

A) 200 B) 209 C) 198 D) 211 E) 199

22. Найдите сумму возможных целых значений произведения $x \cdot y$, если $-5 \leq x \leq 6$ и $-6 \leq y \leq 10$.

A) 480 B) 1200 C) 980 D) 555 E) 500

23. Алим и Бурхан, не показывая друг другу, находят такие различные четыри числа, произведение которых равно 360 и эти четыре различных числа складывают. Затем они записывают на доске полученные суммы. Чему равна наибольшая возможная разность данных чисел?

A)134 B) 130 C) 122 D) 356 E) 80

24. Сельчанин, продающий яйца, обменял 8 яиц на 1 литр молока, с другим сельчанином, который продаёт молоко. После того, как он обменял 10 литров молока на яйца, он начал продавать яиц и молоко. Продав весь товар он заработал на 200 манат больше. Если сельчанин продал одно яйцо за 4 манат, то за сколько манат он продал 10 литров молока?

A) 500 B) 520 C) 540 D) 560 E) 550

25. Данное обозначение $n!$ показывает произведение $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$. Используя нижеприведённые данные, решите задание.

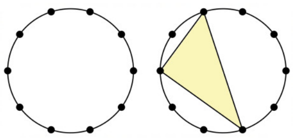
примечание : если $1 \leq k < n$, Из различных n элементов, можно выбрать k штук элементов различными способами.

$$\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Данное выражение сокращенно записывается как $\binom{n}{k}$.

Например, из 4 элементов, можно выбрать 3 элемента различными способами:

$$\binom{4}{3} = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1} = 4$$



На окружности даны 10 точек. Используя вышеуказанную информацию, найдите сколько различных треугольников можно нарисовать с вершинами в данных точках. На рисунке нарисован один из таких треугольников.

A) 100 B) 54 C) 108 D) 120 E) 144