



2024
ULUSAL ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYATI

11. SINIF SORU KİTAPÇIĞI

ADI SOYADI :

OKUL SINIF :

İMZA :

SINAVLA İLGİLİ UYULACAK KURALLAR

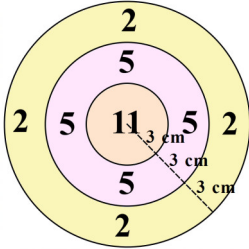
1. Cep telefonuyla sınava girmek yasaktır. Cep telefonunuzu görevliye teslim ediniz. Bu sınav çoktan seçmeli toplam 25 sorudan oluşmaktadır ve sınav süresi 120 dakikadır.
2. Her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı, cevap kağıdınızdaki ilgili kutucuğu tamamen karalayarak işaretleyiniz. Soru kitapçığındaki hiç bir işaretleme değerlendirmeye alınmayacaktır.
3. Tüm sorular eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürecektir. Boş bırakılan soruların değerlendirmede olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır.
4. Sorular zorluk sırasında DEĞİLDİR. Dolayısıyla yanıtlamaya geçmeden önce bütün soruları gözden geçirmeniz önerilir.
5. Sınavda pergel, cetvel, hesap makinesi gibi yardımcı araçlar ve karalama kağıdı kullanılması yasaktır. Tüm işlemlerinizi soru kitapçığı üzerinde yapınız.
6. Sınav süresince görevlilerle konuşulmayacak ve onlara soru sorulmayacaktır. Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen, en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir.
7. Öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
8. İlk 60 dakika sınavdan çıkmak yasaktır. Dışarıya çıkan bir aday tekrar sınava alınmayacaktır.
9. Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kağıdınızı ve soru kitapçığını görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

altın nokta

1. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ve
 $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ kümeleri için,
 $C \subseteq B$ ve $s(A \setminus C) = 3$
 olacak şekilde kaç farklı C kümesi vardır?
 A) 30 B) 45 C) 15 D) 75

E) 60

2.



Berk, şekilde gördüğünüz aynı merkezli ve yarıçapları 3, 6, 9 cm olan dairelerden oluşan bir dart tahtasına sürekli olarak dart atıyor. Her defasında dart tahtadaki bir bölgeye isabet ediyor. Bu atış istenildiği kadar uzun süre devam ettiği düşünülürse Berk'in ortalama puanı kaç olur?

- A) 5 B) 4 C) 6 D) 5, 5 E) 4, 5

3.

$$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{97} + \frac{1}{99}$$

$$B = 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{101}$$

$$C = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{97} + \frac{1}{99}$$

$$D = \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{101}$$

olduğuna göre,

$$A \cdot B - C \cdot D$$

değerini hesaplayınız.

- A) $\frac{98}{101}$ B) $\frac{99}{101}$ C) $\frac{98}{303}$ D) $\frac{100}{303}$ E) $\frac{100}{101}$

4. x sayısı pozitif bir tamsayı olmak üzere

$$x^x = 2^{24} \cdot 3^x$$

olduğuna göre,

$$\left(\frac{x}{4}\right)^3$$

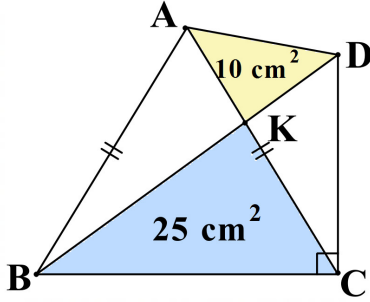
kaçtır?

- A) 12 B) 8 C) 64 D) 81 E) 27

5. Ağırlığının %97'si su olan 15 kilogramlık bir karpuz, uzun süre güneş altında kaldıktan sonra su miktarı, ağırlığının %95'ini oluşturmuştur. Karpuzun güneş altında kaldıktan sonraki ağırlığı kaç kg olmuştur?

- A) 9 B) 7 C) 10 D) 12 E) 13

6. Aşağıdaki şekilde verilen konveks $ABCD$ dörtgeninde $m(\angle BCD) = 90^\circ$, $|AB| = |AC|$ ve $AC \cap BD = K$ 'dir. AKD ve BCK üçgenlerinin alanı sırasıyla 10 cm^2 ve 25 cm^2 olduğuna göre, $ABCD$ dörtgeninin alanı kaç cm^2 'dir?



- A) 55 B) 60 C) 90 D) 70 E) 105

7.

$$x^2 + ax - (4a + 1) = 0$$

denkleminin iki pozitif tam sayı çözümünün varlığını garanti eden tüm $a \in \mathbb{Z}$ sayılarının toplamı kaçtır?

- A) -36 B) -48 C) -44 D) -40 E) -16

8. $x^4 + x + 1 = 0$ denkleminin kökleri a, b, c, d olsun.

$$S = \frac{a^2}{a^3 + 1} + \frac{b^2}{b^3 + 1} + \frac{c^2}{c^3 + 1} + \frac{d^2}{d^3 + 1}$$

toplamını bulunuz.

- A) 1 B) 5 C) 3 D) 7 E) 9

9. 10 tane birbirinin aynısı matematik kitabı, 9 tane birbirinin aynısı fizik kitabı ve bir tane kimya kitabı bir rafa herhangi komşu iki kitap aynı dersin kitabı olmayacak şekilde kaç farklı şekilde sıralanabilir?

- A) 45 B) 38 C) 36 D) 48 E) 35

10. x ve y reel sayıları için

$$\sqrt{x\sqrt[5]{y}} = 6^6 \text{ ve } \sqrt[3]{y\sqrt[5]{x}} = 4^4,$$

eşitlikleri sağlanıyorsa $x \cdot y$ tamsayısının kaç pozitif tamsayı böleni vardır?

- A) 341 B) 300 C) 360 D) 310 E) 321

11. ABC üçgeninde $|AB| = 5$, $|BC| = 6$ ve $|AC| = 7$ 'dir. A ve B köşelerinden çizilen yüksekliğin ayakları sırasıyla D ve E olsun. Buna göre, CDE üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı kaçtır?

- A) $\frac{18\sqrt{6}}{11}$ B) $\frac{25\sqrt{6}}{24}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{4\sqrt{6}}{3}$

12. $x < y < z$ olmak üzere,

$$x + x \cdot y + x \cdot y \cdot z = 1111$$

eşitliğini sağlayan kaç (x, y, z) pozitif tamsayı üçlüsü vardır?

- A) 1 B) 7 C) 4 D) 3 E) 10

13. Bir kasabadaki telefon numaraları 6 rakamdan oluşmakta ve aşağıdaki üç kurala uygun olması gerekmektedir.

■ Bir telefon numarasında en az 1 tane sıfırdan farklı rakam olmalıdır.

■ İlk üç rakamın toplamı ile son üç rakamın toplamı eşittir.

■ Tek sırada olanların toplamıyla, çift sırada olanların toplamı birbirine eşittir. Örneğin,

0	5	4	1	5	3
---	---	---	---	---	---

bu kasabadaki telefon numaralarından biridir.

$$0 + 4 + 5 = 5 + 1 + 3$$

eşitliğinin sağlandığını görebilirsiniz. Bu kasabada birbirinden farklı en fazla kaç telefon numarası olabilir?

- A) 6624 B) 6440 C) 6400 D) 6644 E) 6699

14. $x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$x^2 + y^2 = \frac{3}{2}$$

ise $x + y - xy$ değeri en fazla kaç olabilir?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{9}{4}$

15. $Q(x)$ tam sayı noktalarda tam sayı değer alan bir polinom olmak üzere,

$$P(x) = 3x - 3 + (x - 1)(x - 2)Q(x)$$

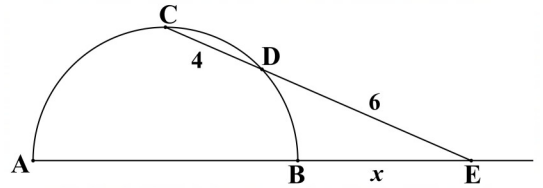
biçiminde tanımlanıyor. Bir $n > 3$ tam sayısı için $P(n) = n!$ eşitliğini sağlayan derecesi en küçük $P(x)$ polinomu için $P(6)$ kaçtır?

- A) 156 B) 195 C) 183 D) 186 E) 201

16. Aşağıdaki şekilde verilen AB çaplı yarım çemberde AB yayının orta noktası C 'dir. BC yayının üzerinde bir D noktası alınıyor.

$$CD \cap AB = E, \quad |DE| = 6, \quad |CD| = 4$$

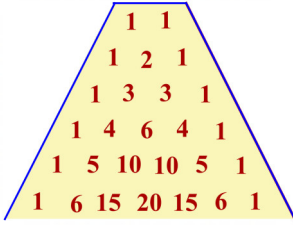
olduğuna göre, $|BE| = x$ kaçtır?



- A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{6}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{5}$

(Not : Kitapçıkta bu soruda verilen fazla veri nedeniyle, bu soru iptal edilmiştir.)

17. Pascal yamuğunda her satırdaki sayı bir üst satırdaki komşu iki sayının toplanmasıyla elde edilir.



Pascal yamuğunu aşağıya doğru doldurmaya devam edersek, hangi satırdaki ardışık üç sayı sırasıyla 2, 3 ve 4 ile orantılı olur? Örneğin, sırasıyla 2, 3, 2 ile orantılı ardışık üç eleman dördüncü satırdadır : 4, 6, 4.

A) 43 B) 36 C) 42 **D) 34** E) 44

18. a, b, c harfleri yardımıyla oluşturulan ve a harfinin çift sayıda bulunduğu tüm 40 harfli kelimelerin sayısı S olsun. S sayısının 55 ile bölümünden kalan kaçtır? (Uyarı: Sıfır da bir çift sayıdır.)

A) 1 B) 2 C) 54 D) 24 E) 15

19. $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}$ pozitif tam sayılardan oluşan bir aritmetik dizidir.

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = 133,$$

$$a_{a_1} + a_{a_2} + a_{a_3} + a_{a_4} + a_{a_5} + a_{a_6} + a_{a_7} = 553,$$

olduğuna göre a_{100} kaçtır?

A) 440 B) 210 **C) 403** D) 506 E) 434

20. ABC eşkenar üçgeninin sırasıyla AC ve BC kenarları üzerinde F ve E noktaları

$$3|EC| = |FC| = 6$$

olacak şekilde alınıyor.

$$EF \cap AB = D \text{ ve } BF \perp FE$$

olduğuna göre $|AD|$ kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 14 **D) 12** E) 15

21. $m, n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $\sqrt[n]{a^n}$ ifadesi üslü olarak $a^{n/m}$ biçiminde yazılabilir. m ve n pozitif tamsayıları için

$$\sqrt[n]{7} \sqrt[n]{49} = \sqrt[n]{7}$$

eşitliğini sağlayan tüm n değerlerinin toplamını bulunuz.

- A) 248 B) 232 **C) 255** D) 208 E) 108

22. u ve v değişkenler ve a_{ij} , ($i = 0, 1, \dots, n$; $j = 0, 1, \dots, m$) sayıları da herhangi sabitler olmak üzere,

$$P(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m a_{ij} u^i v^j$$

ifadesine iki değişkenli polinom ve a_{ij} sayılarına da bu polinomun katsayıları denir.

$$(x^{2024} + y^{2024})$$

ifadesi $u = xy$ ve $v = x + y$ değişkenlerinin bir polinomu olarak yazılırsa katsayılar toplamı kaçtır?

(Örneğin,

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) = v^3 - 3uv$$

olup katsayılar toplamı $1 + (-3) = -2$ olur.)

- A) 1 **B) -1** C) -3 D) 2023 E) 2024

23. $f(a, b) = a + b + ab$ şeklinde tanımlanıyor. Buna göre,

$$f\left(\frac{1}{2}, f\left(\frac{1}{3}, f\left(\frac{1}{4}, f\left(\frac{1}{5}, f\left(\frac{1}{6}, f\left(\frac{1}{7}, \frac{1}{8}\right)\right)\right)\right)\right)\right)$$

değeri kaç eşittir?

- A) $\frac{7}{2}$ B) 3 C) $\frac{9}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

24. a_1, a_2, \dots, a_n sayıları $-1, 0, 1, 2$ tam sayı değerlerinden herhangi birini alabilen sayılar olup,

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = 61,$$

$$a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 = 143,$$

eşitliklerini sağlıyorsa,

$$S = a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_n^3$$

ifadesi en fazla kaç olabilir?

- A) 265 B) 230 C) 250 D) 270 E) 245

25. $|AB| = 2|BC|$ olan ABCD dikdörtgeninin iç kısmına AB ve BC çaplı yarım çemberler çizilmiştir. Çemberler B'den farklı bir F noktasında kesişmektedir. F noktasının DC kenarına olan uzaklığı 3 cm olduğuna göre, ABCD dikdörtgeninin alanı kaç cm^2 dir?

- A) 180 B) 210 C) 270 D) 450 E) 360