



2025 ULUSAL ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYATI

FİNAL SINAVI

5. SINIF SORU KİTAPÇIĞI

ADI SOYADI :

OKUL SINIF :

İMZA :

Optik Formu Kodlarken Dikkat Edilmesi Gerekenler :

- ★ Optik forma **Final sınav kodunuzu** doğru girmeniz gerekmektedir. Aksi halde sistem değerlendirmeye almaz ve sınavınız geçersiz sayılır.
- ★ Optik form kağıdının üzerinde **yanıtlardan başka karalama yapılması sınavı geçersiz yapacaktır**. O yüzden sadece cevapları kodlayınız ve başka bir işaretleme yapmayınız.
- ★ Bu sınavda 15 adet **çoktan seçmeli**, 5 adet **açık uçlu soru** bulunmaktadır. Soruların puanları eşit değildir ve her sorunun yanında puanı belirtilmiştir. Optik formdaki ilgili kutucuklar tamamen doldurulmadır.

16	18	20	7 9
00	00	00	00
01	01	01	01
02	02	02	02
03	03	03	03
04	04	04	04
05	05	05	05
06	06	06	06
07	07	07	07
08	08	08	08
09	09	09	09
10	10	10	10
11	11	11	11
12	12	12	12
13	13	13	13
14	14	14	14
15	15	15	15
16	16	16	16
17	17	17	17
18	18	18	18
19	19	19	19
20	20	20	20
21	21	21	21
22	22	22	22
23	23	23	23
24	24	24	24
25	25	25	25
26	26	26	26
27	27	27	27
28	28	28	28
29	29	29	29
30	30	30	30
31	31	31	31
32	32	32	32
33	33	33	33
34	34	34	34
35	35	35	35
36	36	36	36
37	37	37	37
38	38	38	38
39	39	39	39
40	40	40	40
41	41	41	41
42	42	42	42
43	43	43	43
44	44	44	44
45	45	45	45
46	46	46	46
47	47	47	47
48	48	48	48
49	49	49	49
50	50	50	50
51	51	51	51
52	52	52	52
53	53	53	53
54	54	54	54
55	55	55	55
56	56	56	56
57	57	57	57
58	58	58	58
59	59	59	59
60	60	60	60
61	61	61	61
62	62	62	62
63	63	63	63
64	64	64	64
65	65	65	65
66	66	66	66
67	67	67	67
68	68	68	68
69	69	69	69
70	70	70	70
71	71	71	71
72	72	72	72
73	73	73	73
74	74	74	74
75	75	75	75
76	76	76	76
77	77	77	77
78	78	78	78
79	79	79	79
80	80	80	80
81	81	81	81
82	82	82	82
83	83	83	83
84	84	84	84
85	85	85	85
86	86	86	86
87	87	87	87
88	88	88	88
89	89	89	89
90	90	90	90
91	91	91	91
92	92	92	92
93	93	93	93
94	94	94	94
95	95	95	95
96	96	96	96
97	97	97	97
98	98	98	98
99	99	99	99
00	00	00	00

Soru Numarasına dikkat ederek kodlayınız.
Soru numaraları kutuların hemen solundadır.

- ★ **Açık uçlu soruların yanıtları iki basamaklıdır**. Optik formda çözülen sorunun numarası bulunarak, sorunun yanıtı 2 sütundan oluşan optiğe kodlanmalıdır.

- ★ **Sınav süresi 90 dakikadır**. Kitapçıklardaki cevaplar değerlendirilmeyecek, sadece optik formdaki cevaplar değerlendirilecektir. Süreniz bitmeden tüm cevaplarınızı optik forma işaretlemeyi unutmayınız.

- ★ **Yanlış veya boş bırakılan soruların puan hesaplamasında olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır**. Fakat aynı puanı alan öğrencilerden yanlış sayısı az olan sıralamada öne geçecektir.

Kurallar

1. Cep telefonu ile sınava girmek yasaktır.
2. Sorularda hata olduğunu düşünseniz bile, sınav süresince gözetmen öğretmenlere hiç bir şekilde soru sorulmamalı, yorum yapılmamalıdır. Sınav sonunda yapılacak itirazlar jüri tarafından değerlendirilecektir.
2. İlk 60 dakika sınavdan çıkmak yasaktır. Dışarıya çıkan bir aday tekrar sınava alınmayacaktır.
3. Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kağıdınızı görevlilere teslim etmeyi unutmayınız. Kitapçıklar sizde kalacaktır.

1.



8 puan - 8 points - 8 баллов - 8 xal

1 Aşağıdaki tabloya altı basamaklı sayılar yazılmıştır. Bu tablodan, herhangi ikisi aynı satırda ve aynı sütunda olmayan üç tane sayı seçiliyor ve bu sayılar toplanıyor. Bu toplamın 9 ile bölümünden kalan K olsun. K sayısı kaç farklı değer olabilir?

1 Six-digit numbers are written in the table below. Three numbers are selected from this table, no two of which are in the same row and column, and these numbers are added. Let the remainder be K when this sum is divided by 9. How many different values can the number K have?

1 Шестизначные числа записаны в таблице ниже. Из этой таблицы выбираются три числа, никакие два из которых не находятся в одной строке и одном столбце, и эти числа складываются. Пусть остаток будет равен K при делении этой суммы на 9. Сколько различных значений может иметь число K ?

1 Altı rəqəmli ədədlər aşağıdakı cədvəldə verilmişdir. Bu cədvəldən hər hansı ikisi eyni cərgədə və sütunda olmayan üç ədəd seçilir və bu ədədlərin cəmi tapılır. Bu cəmi 9-a böləndə qalıq K olsun. K ədədinin neçə fərqli qiyməti ola bilər?

111111	222222	333333
666666	555555	444444
777777	888888	999999

A) 3

B) 6

C) 2

D) 4

E) 5

Çözüm

Toplamın 9 ile bölümünden kalan, toplanan tüm sayıların 9 ile bölümünden kalanların toplamıdır. Bundan dolayı, tablodaki tüm sayıların yerine 9 ile bölümünden kalanları yazalım. Böylece kalanların tablosu

6	3	0
0	3	6
6	3	0

olur. Şimdi her satırdan ve sütundan bir eleman alıp toplayacağız.

$0 + 3 + 6$ alınırsa 0 kalani,

$3 + 6 + 6$ alınırsa 6 kalani,

$0 + 0 + 3$ alınırsa 3 kalani

Yanıt : A) 3

2.



8 puan - 8 points - 8 баллов - 8 xal

2 Pozitif tam sayılar şekildeki gibi sırasıyla yazılıyor. Her satırda yazılan sayıların sayısı bir önceki satırdakinden bir fazladır. 100 sayısının bulunduğu sütunda 100 sayısının üzerinde kaç sayı vardır? Örneğin, şekilde görüldüğü gibi 13 sayısının üzerinde iki sayı vardır.

2 Positive integers are written in order as follows. The number of numbers written in each row is one more than the number of numbers written in the previous row. In the column where the number 100 is located, how many numbers are above the number 100? For example, as seen in the figure, there are two numbers above the number 13.

2 Положительные целые числа записаны в порядке, показанном на рисунке. Количество чисел, записанных в каждой строке, на единицу больше количества чисел, записанных в предыдущей строке. В столбце, где находится число 100, сколько чисел находится над числом 100? Например, как видно на рисунке, над числом 13 находится два числа.

2 Müsbət tam ədədlər şəkildəki kimi ardıcılıqla yazılır. Hər bir sətirdə yazılan ədədlərin sayı əvvəlki sətirdəki ədədlərin sayından bir dənə çoxdur. 100 ədədinin olduğu sütunda 100 ədədinin üstündə neçə ədəd var? Məsələn, şəkildə gördüyünüz kimi 13 ədədinin üstündə iki ədəd var.

1					
2	3				
4	5	6			
7	8	9	10		
11	12	13	14	15	

A) 1

B) 3

C) 6

D) 5

E) 4

Çözüm

Bir sayı m -inci sütunda ise üzerinde $m - 1$ boşluk vardır. Kendisi n -inci satırda ise, üzerindeki sayı ve boşlukların sayısı $n - 1$ 'dir ve boşluk sayısını çıkarırsak, bu sayının üstünde

$$(n - 1) - (m - 1) = n - m$$

sayı vardır. İlk satırda 1, ikinci satırda 2, üçüncü satırda 3 sayı vardır. Buna göre,

$$1 + 2 + 3 + \dots + 13 = \frac{13 \cdot 14}{2} = 91$$

olduğundan 100 sayısı 14-üncü satırda yazılır. 14-üncü satır 92 ile başlayacaktır.

$$92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, \dots$$

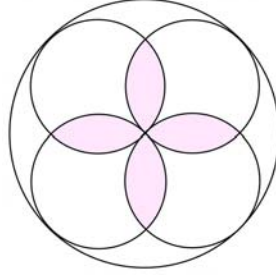
olduğundan 100 sayısı $100 - 92 + 1 = 9$ -uncu sütunda bulunur. Böylece, 100 sayısı 14-üncü satırda ve 9-uncu sütunda olduğundan üzerinde $14 - 9 = 5$ sayı vardır. **Yanıt : D) 5**

3.



9 puan - 9 points - 9 баллов - 9 xal

- 3 Çapı 16 cm olan bir çemberin içine, bu çemberin merkezinden geçen ve ona teğet olan dört küçük çember çizilmiştir. x ve y tam sayılar olmak üzere, şekildeki boyalı kısmın alanı $(x\pi - y)$ ise, $x + y$ toplamı kaçtır?
- 3 Four small circles are drawn inside a circle with a diameter of 16 cm, passing through the center of the circle and tangent to it. If the area of the shaded part in the figure is $(x\pi - y)$, where x and y are integers, what is the sum of $x + y$?
- 3 Внутри круга диаметром 16 см нарисованы четыре маленьких круга, проходящие через центр этого круга и касательные к нему. Если x и y — целые числа и площадь цветной части рисунка равна $(x\pi - y)$, какова сумма $x + y$?
- 3 Diametri 16 sm olan böyük dairənin içərisinə, böyük dairənin mərkəzindən keçən və böyük dairəyə toxunan dörd kiçik dairə çəkilir. Kölgəli hissənin sahəsi $(x\pi - y)$ olarsa, $x + y$ nədir? Burada x və y tam ədədlərdir.



A) 90

B) 98

C) 86

D) 85

E) 96

Çözüm

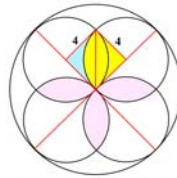
Şekildeki sarı ile gösterilen çeyrek çemberin alanı $\frac{\pi 4^2}{4} = 4\pi$ 'dir. Küçük karenin alanı da 16 olduğundan karenin içindeki mavi kısmın alanı $16 - 4\pi$ olur. O halde, alanını bulmak istediğimiz iki çemberin kesişimi olan bir bölgenin alanını S ile gösterirsek

$$S = 4\pi - (16 - 4\pi) = 8\pi - 16$$

bulunur. Sonuç olarak 4 tane kesişim olduğundan toplam alan

$$4S = 4(8\pi - 16) = 32\pi - 64$$

elde edilir. **Yanıt : E) 96**

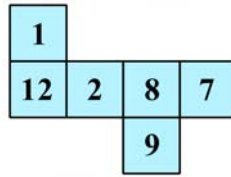


4.



9 puan - 9 points - 9 баллов - 9 xal

- 4 Yüzlerinde sayı yazılı olan bir küpün açılmış hali aşağıdadır. Bu küpten 5 tanesi bir masada üst üste konuluyor. Küplerin görülebilen 21 yüzündeki sayıların toplamı en fazla kaç olabilir?
- 4 When a cube with numbers written on its faces is opened, the following figure is obtained. 5 of these cubes are placed on top of each other on a table. What is the maximum possible sum of the numbers on the 21 visible faces of the cubes?
- 4 Если открыть куб с написанными на его гранях числами, то получится следующая фигура. 5 таких кубика поставлены друг на друга на столе. Какова максимально возможная сумма чисел на 21 видимых гранях кубиков?
- 4 Üzlərində rəqəmlər yazılmış bir kub açıldıqda aşağıdakı şəkil alınır. Bu kublardan 5-ü stolun üstündə üst-üstə qoyulur. Kubların 21 görünən üzündəki ədədlərin maksimum mümkün cəmi neçədir?



A) 158

B) 160

C) 157

D) 156

E) 155

Çözüm

Bu küp kapatıldığından karşılıklı olan yüzler (1,9); (12,8) ve (2,7) biçimindedir. 5 küp üst üste konulunca en alttaki 4 küpün sadece alt ve üst yüzü görünmez. O halde, görünmeyen bu alt ve üst yüzü (2,7) karşılıklı yüzleri olacak şekilde koyabiliriz. En üstteki küpün ise sadece bir yüzü görünmez. Bu yüz de 1 olacak şekilde seçilebilir. O halde, tüm yüzlerin toplamı olan $4(1 + 12 + 8 + 9) + (12 + 2 + 8 + 7 + 9) = 158$ elde edilir. Yanıt : A) 158

5.



9 puan - 9 points - 9 баллов - 9 xal

- 5 İki tane 0, dört tane 1 ve üç tane 2 rakamlarıyla sekiz basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?
- 5 How many different eight-digit numbers can be written using two 0s, four 1s, and three 2s?
- 5 Сколько различных восьмизначных чисел можно записать, используя два 0, четыре 1 и три 2?
- 5 İki dənə 0, dörd dənə 1 və üç dənə 2 rəqəmlərindən istifadə edərək neçə müxtəlif səkkizrəqəmli ədəd yazmaq olar?
- A) 940 B) 860 C) 900 D) 810 E) 980

Çözüm

Rakamlardan 1 tanesi kullanılmayacak.

Kullanılmayan rakam 0 ise, 1 tane 0, 4 tane 1 ve 3 tane 2 ile $\frac{7!}{1!3!3!} + \frac{7!}{1!4!2!} = 245$ sayı yazılabilir.

Kullanılmayan rakam 1 ise, 2 tane 0, 3 tane 1 ve 3 tane 2 ile $\frac{7!}{2!2!3!} + \frac{7!}{2!3!2!} = 420$ sayı yazılabilir.

Kullanılmayan rakam 2 ise, 2 tane 0, 4 tane 1 ve 2 tane 2 ile $\frac{7!}{2!3!2!} + \frac{7!}{2!4!1!} = 315$ sayı yazılabilir. O halde, istenen şekilde $245 + 420 + 315 = 980$ sayı yazılabilir. Yanıt : E) 980

6.



10 puan - 10 points - 10 баллов - 10 xal

- 6 Rakamları çarpımı 36 olan dört basamaklı pozitif sayılardan kaç tanesinin **en az** iki rakamı eşittir?
- 6 How many four-digit positive numbers have at least two equal digits if the product of their digits is 36?
- 6 Сколько четырехзначных положительных чисел имеют хотя бы две одинаковые цифры, если произведение их цифр равно 36?
- 6 Rəqəmlərinin hasilı 36 olan neçə dənə dörd rəqəmli müsbət ədədin ən azı iki rəqəmi bərabərdir?
- A) 30 B) 54 C) 48 D) 42 E) 36

Çözüm

36 rakamların çarpımı olarak

$$\begin{aligned}
 36 &= 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 9 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 9 = 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \\
 &= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 6 = 1 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 6
 \end{aligned}$$

biçiminde yazılabilir. Buna göre,

$$1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 9 \text{ rakamları ile } \frac{4!}{2!} = 12 \text{ sayı yazılabilir.}$$

Benzer şekilde, 1,2,2,9; 1 · 4 · 3 · 3 rakamlarıyla da 12'şer sayı yazılabilir.

2,2,3,3 ve 1,1,6,6 rakam gruplarının her biri için de $\frac{4!}{2!2!} = 6$ sayı yazılabilir. O halde, istenen şekilde

$$3 \cdot 12 + 2 \cdot 6 = 48$$

sayı yazılabilir.

Yanıt : C) 48

7.



10 puan - 10 points - 10 баллов - 10 xal

7 x ve y pozitif reel sayılar olsun.

$$(3xy + 8)\left(2 + \frac{27}{xy}\right)$$

ifadesinin en küçük değerinin elde edildiği (x, y) ikilileri için, $(x + y)$ toplamı en az kaç olabilir?

7 Let x and y be positive real numbers. For the pairs (x, y) for which the smallest value of the expression

$$(3xy + 8)\left(2 + \frac{27}{xy}\right)$$

is obtained, what is the minimum possible sum of $(x + y)$?

7 Пусть x и y — положительные действительные числа. Для пар (x, y) для которых получено наименьшее значение выражения

$$(3xy + 8)\left(2 + \frac{27}{xy}\right),$$

какова минимально возможная сумма $(x + y)$?

7 x və y müsbət həqiqi ədədlər olsun.

$$(3xy + 8)\left(2 + \frac{27}{xy}\right)$$

ifadəsinin ən kiçik qiyməti aldığı (x, y) cütləri üçün, $(x + y)$ -nin minimum mümkün dəyəri neçəyə bərabərdir?

A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{6}$ E) $\sqrt{8}$

Çözüm

$$\begin{aligned} (3xy + 8)\left(2 + \frac{27}{xy}\right) &= 6xy + \frac{8 \cdot 27}{xy} + 3 \cdot 27 + 8 \cdot 2 \\ &= 6xy + \frac{6^3}{xy} + 97 \geq 2\sqrt{6 \cdot 6^3} + 97 \\ &= 2 \cdot 36 + 97 = 169 \end{aligned}$$

Eşitlik durumu olması için $6xy = \frac{6^3}{xy} \Leftrightarrow (xy)^2 = 6^2 \Leftrightarrow xy = 6$ olmalıdır. O halde, $x + y \geq 2\sqrt{xy} = 2\sqrt{6}$ Yani, $x + y$ toplamı en az $2\sqrt{6}$ olur. (Eşitlik, $x = y = \sqrt{6}$ için sağlanır). Yanıt : D) $2\sqrt{6}$

8.



10 puan - 10 points - 10 баллов - 10 xal

8 $7^{16!} + (16!)^7$ sayısının 17'ye bölümünden kalan kaçtır?

8 What is the remainder of dividing the number $7^{16!} + (16!)^7$ by 17?

8 Каков остаток при делении число $7^{16!} + (16!)^7$ на 17?

8 $7^{16!} + (16!)^7$ ədədini 17-yə böldükdə qalıq neçə olar?

A) 1

B) 0

C) 2

D) 7

E) 16

Çözüm

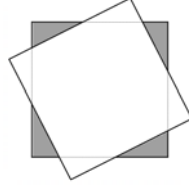
Fermat teoremine göre, $7^{16!} = (7^{16})^{15!} \equiv 1^{15!} \pmod{17} \equiv 1 \pmod{17}$ olur. Wilson Teoremine göre, $(16!)^7 \equiv (-1)^7 \pmod{17} \equiv -1 \pmod{17}$ olur. O halde, $7^{16!} + (16!)^7$ sayısı 17'ye bölünür. Yanıt : B) 0

9.



11 puan - 11 points - 11 баллов - 11 xal

- 9 Kenar uzunlukları 6 cm olan iki kare üst üste konuluyor. Beyaz olan üstteki kare, karelerin merkezi etrafında 30° döndürülüyor. Dönmeyen sonra, alttaki gri renkli karenin görünen kısımlarının alanları toplamı $(m\sqrt{3} - n)$ cm^2 ise, $\frac{m}{n}$ kaçtır? (Burada m ve n pozitif tam sayılardır.)
- 9 Two squares with sides of 6 cm are placed on top of each other. The upper white square is rotated 30° around the center of the squares. After the rotation, if the total area of the visible parts of the lower gray square is $(m\sqrt{3} - n)$ cm^2 , what is $\frac{m}{n}$? (Here m and n are positive integers.)
- 9 Два квадрата со стороной 6 см кладутся друг на друга. Верхний квадрат, белый, повернут на 30° вокруг центра квадратов. Если после поворота сумма площадей видимых частей нижнего серого квадрата составит $(m\sqrt{3} - n)$ cm^2 , то чему будет равна $\frac{m}{n}$? (Здесь m и n — положительные целые числа.)
- 9 Yanları 6 sm olan iki kvadrat bir-birinin üstünə qoyulur. Ağ olan yuxarı kvadrat, kvadratların mərkəzi ətrafında 30° döndərilir. Əgər dönmədən sonra aşağı boz kvadratin görünən hissələrinin sahələrinin cəmi $(m\sqrt{3} - n)$ sm^2 olarsa, $\frac{m}{n}$ neçədir? (Burada m və n müsbət tam ədədlərdir.)



A) $\frac{3}{2}$

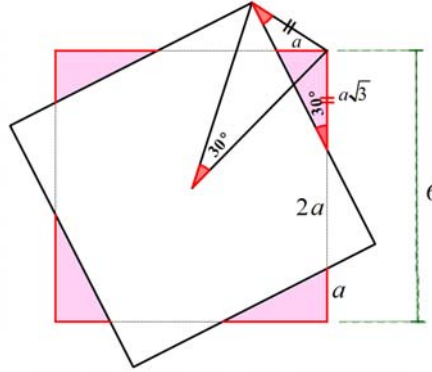
B) $\frac{3}{4}$

C) $\frac{2}{3}$

D) $\frac{4}{3}$

E) $\frac{5}{3}$

Çözüm



$$3a + a\sqrt{3} = 6 \text{ eşitliğinden}$$

$$a = \frac{6}{3 + \sqrt{3}} = 3 - \sqrt{3}$$

olur ve toplam görünen alanlar

$$4 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}a^2 = 2\sqrt{3}(3 - \sqrt{3})^2 = 2\sqrt{3}(12 - 6\sqrt{3}) = 24\sqrt{3} - 36$$

elde edilir. Buna göre, $m = 24$ ve $n = 36$ olduğundan $\frac{m}{n} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$ bulunur.

Yanıt : B) $\frac{2}{3}$

10.



11 puan - 11 points - 11 баллов - 11 xal

10 ABC üçgeninde A 'dan çizilen iç açıortay $[BC]$ kenarını D noktasında kesmektedir.

$$m(\angle ABC) = 2 \cdot m(\angle ACB), |BD| = 4, |AB| = 6$$

olduğuna göre $|DC| = ?$

10 In triangle ABC , the internal angle bisector drawn from A intersects the side $[BC]$ at point D . If

$$m(\angle ABC) = 2 \cdot m(\angle ACB), |BD| = 4, |AB| = 6,$$

what is $|DC|$?

10 В треугольнике ABC биссектриса, проведенная из точки A , пересекает сторону $[BC]$ в точке D . Если

$$m(\angle ABC) = 2 \cdot m(\angle ACB), |BD| = 4, |AB| = 6,$$

то $|DC| = ?$

10 ABC üçbucağında A -dan çekilmiş tən bölən $[BC]$ tərəfi ilə D nöqtəsində kəşir. Əgər

$$m(\angle ABC) = 2 \cdot m(\angle ACB), |BD| = 4, |AB| = 6,$$

isə, $|DC| = ?$

A) $\frac{21}{4}$

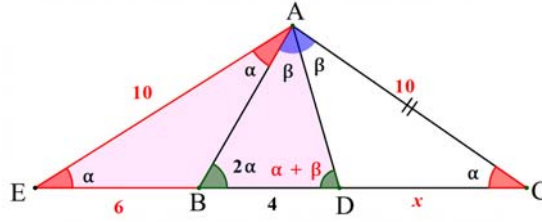
B) $\frac{20}{3}$

C) $\frac{19}{4}$

D) 7

E) 6

Çözüm



$|AB| = |EB|$ ve $m(\angle BAE) = m(\angle ACB) = \alpha$ olacak şekilde $[CB]$ ışıını üzerinde bir E noktası alalım. Bu durumda, $m(\angle ABC) = 2\alpha$ olduğundan $m(\angle AEB) = \alpha$ olur ve $|EB| = |AB| = 6$ elde edilir.

$m(\angle BDA) = m(\angle DAE) = \alpha + \beta$ olduğundan $\triangle EAD$ üçgeni ikizkenardır ve $|EA| = 10$ olur. Diğer yandan $\triangle AEC$ üçgeni ikizkenar olduğundan $|AC| = |AE| = 10$ olur. Buna göre, $\triangle ABC$ üçgeninde açıortay teoremi uygulanırsa

$$\frac{6}{4} = \frac{10}{x} \Rightarrow x = \frac{20}{3}$$

elde edilir. **Yanıt : B)** $\frac{20}{3}$

11.



11 puan - 11 points - 11 баллов - 11 xal

11 **A** kümesinin elemanlarının %65'i **B** kümesinin elemanı değildir. **B** kümesinin elemanlarının %55'i de **A** kümesinin elemanı değildir. Buna göre, $A \cup B$ kümesinin eleman sayısı en az kaç olabilir?

11 65% of the elements of set **A** are not elements of set **B**. 55% of the elements of set **B** are not elements of set **A**. What is the minimum number of elements that the set $A \cup B$ can have?

11 65% элементов множества **A** не являются элементами множества **B**. 55% элементов множества **B** не являются элементами множества **A**. Каково минимальное количество элементов в множестве $A \cup B$?

11 **A** çoxluğunun elementlərinin 65%-i **B** çoxluğunun elementləri deyil. **B** çoxluğunun elementlərinin 55%-i **A** çoxluğunun elementləri deyil. $A \cup B$ çoxluğunda elementlərin minimum sayı neçə ola bilər?

A) 257

B) 265

C) 235

D) 253

E) 263

Çözüm

A kümesinin elemanlarının %65'i **B** kümesinin elemanı değilse %35'i elemanıdır. Yani, $A \cap B$ kümesinde **A** kümesinin elemanlarının %35'i bulunur.

B kümesinin elemanlarının %55'i **A** kümesinin elemanı değilse %45'i elemanıdır. Yani, $A \cap B$ kümesinde **B** kümesinin elemanlarının %45'i bulunur.

Buna göre,

$$\frac{35}{100} \cdot s(\mathbf{A}) = \frac{45}{100} \cdot s(\mathbf{B}) \Rightarrow \frac{s(\mathbf{A})}{s(\mathbf{B})} = \frac{45k}{35k} = \frac{9k}{7k}$$

olacağından $s(\mathbf{A}) = 9k$ ve $s(\mathbf{B}) = 7k$ olur. Bu durumda,

$$s(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) = \frac{35}{100} \cdot s(\mathbf{A}) = \frac{35}{100} \cdot 9k = \frac{63k}{20}$$

olur ki, bu ifadenin tam sayı olması için k en az 20 olabilir. Buna göre,

$$s(\mathbf{A}) = 180, \quad s(\mathbf{B}) = 140 \quad \text{ve} \quad s(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) = 63$$

elde edilir. Böylece,

$$S(\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) = s(\mathbf{A}) + s(\mathbf{B}) - s(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) = 180 + 140 - 63 = 257$$

bulunur. **Yanıt : A) 257**

12.



12 puan - 12 points - 12 баллов - 12 xal

12 Altı basamaklı bir sayının sağdan ilk rakamı 7'dir ve bu rakam silinip sayının en soluna yazılınca yeni elde edilen sayı, ilk sayının 4 katı oluyor. Bu sayının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

12 The first digit from the right of a six-digit number is 7, and when this digit is deleted and written to the left of the number, the new number obtained is 4 times the first number. What is the remainder when this number is divided by 9?

12 Первая цифра справа в шестизначном числе — 7, и если эту цифру вычеркнуть и записать слева от числа, то полученное новое число будет в 4 раза больше первого числа. Какой остаток получится при делении этого числа на 9?

12 Altı rəqəmli ədədin ən sağındakı rəqəm 7-dir və bu rəqəm silinib ədədin ən soluna yazılırsa yeni alınan ədəd birinci ədədin 4 misli olur. Bu ədəd 9-a bölünəndə qalıq neçə olar?

A) 0

B) 1

C) 8

D) 7

E) 5

Çözüm

İlk sayı m beş basamaklı bir sayı olmak üzere $10m + 7$ şeklinde yazılabilir. Sonraki sayı ise

$$7 \cdot 10^5 + m$$

şeklinde yazılabilir. Problemin ifadesinden

$$4(10m + 7) = (7 \cdot 10^5 + m) \Rightarrow 39m = 7 \cdot 10^5 - 28$$

$$\Rightarrow 39m = 699972$$

$$\Rightarrow 13m = 233324$$

$$\Rightarrow m = 17948$$

olur. O halde, ilk sayı 179487 olur. Bu sayının 9 ile bölümünden kalan da 0 olur.

Yanıt : A) 0

13.



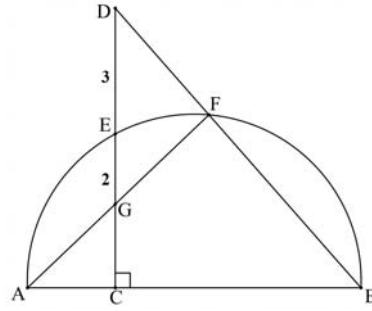
12 puan - 12 points - 12 баллов - 12 xal

13 Aşağıdaki şekilde $[AB]$ çaplı yarım çember verilmiştir. $[DC] \perp [AB]$, $|DE| = 3$ ve $|EG| = 2$ olduğuna göre, $|GC| = ?$

13 In the figure below, if $[DC] \perp [AB]$, $|DE| = 3$ and $|EG| = 2$ in the semicircle with diameter $[AB]$, what is $|GC|$?

13 На рисунке ниже показан полукруг с диаметром $[AB]$. Если $[DC] \perp [AB]$, $|DE| = 3$ и $|EG| = 2$, то $|GC| = ?$

13 Aşağıdaki şekildedə $[AB]$ diametrlı yarımdairədə $[DC] \perp [AB]$, $|DE| = 3$ və $|EG| = 2$ olarsa, $|GC| = ?$



A) $\frac{10}{3}$

B) $\frac{7}{2}$

C) 3

D) 4

E) $\frac{9}{2}$

Çözüm

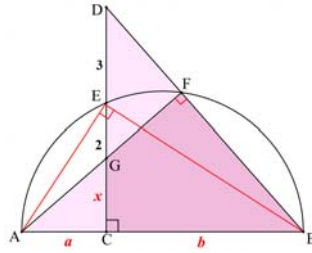
AEB üçgeninde Öklit teoreminden

$$(2 + x)^2 = a \cdot b$$

olur. ACG ve DCB üçgenlerinin benzerliğinden

$$\frac{5+x}{b} = \frac{a}{x} \Rightarrow a \cdot b = x \cdot (5+x) \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 5x + x^2$$

ve buradan da $|GC| = x = 4$ elde edilir.



Yanıt : D) 4

14.



12 puan - 12 points - 12 баллов - 12 xal

14 Koordinat düzleminde

$$K = \{(x,y) | -30 \leq x \leq 30; -30 \leq y \leq 30\}$$

kümesi verilsin. Bu kümede, $x^3y^2 = 4xy$ eşitliğini sağlayan kaç tane tam sayı koordinatlı (x,y) noktası vardır?

14 Let the set

$$K = \{(x,y) | -30 \leq x \leq 30; -30 \leq y \leq 30\}$$

be given in the coordinate plane. How many points (x,y) with integer coordinates are there in this set that satisfy the equality $x^3y^2 = 4xy$?

14 Пусть на координатной плоскости задано множество

$$K = \{(x,y) | -30 \leq x \leq 30; -30 \leq y \leq 30\}.$$

Сколько точек (x,y) с целочисленными координатами содержится в этом множестве, удовлетворяющих равенству $x^3y^2 = 4xy$?

14 Koordinat müstəvisində

$$K = \{(x,y) | -30 \leq x \leq 30; -30 \leq y \leq 30\}$$

çoxluğu verilsin. Bu çoxluqda $x^3y^2 = 4xy$ bərabərliyini ödəyən neçə tam koordinatlı (x,y) nöqtəsi var?

A) 121

B) 125

C) 144

D) 135

E) 120

Çözüm

61 tane $(0,y)$ noktası ve 61 tane $(x,0)$ noktası eşitliği sağlar. $(0,0)$ iki defa sayıldığından, en az bir koordinatı sıfır olan ve eşitliği sağlayan noktalar sayısı 121'dir. Şimdi, $x \neq 0, y \neq 0$ olsun. Eşitliği şöyle yazabiliriz:

$$x^2y = 4.$$

Bu eşitliği sağlayan (x,y) çiftleri:

$$(1,4), (-1,4), (2,1), (-2,1) \text{ 'dir.}$$

Sonuç olarak, istenen özelliğe sahip $n = 125$ nokta vardır.

Yanıt : B) 125

15.



13 puan - 13 points - 13 баллов - 13 xal

15

$$|5x - 30| + |2y - 29| \leq \frac{5}{2}$$

eşitsizliğini sağlayan (x,y) noktalarının oluşturduğu bölgenin alanı kaçtır?

15

What is the area of the region formed by the points (x,y) that satisfy the inequality

$$|5x - 30| + |2y - 29| \leq \frac{5}{2} ?$$

15

Какова площадь области, образованной точками (x,y) , удовлетворяющими неравенству

$$|5x - 30| + |2y - 29| \leq \frac{5}{2} ?$$

15

$$|5x - 30| + |2y - 29| \leq \frac{5}{2}$$

bərabərsizliyini ödəyən (x,y) nöqtələrinin yaratdığı bölgənin sahəsi neçəyə bərabərdir?

A) $\frac{15}{8}$

B) $\frac{17}{8}$

C) 5

D) $\frac{5}{2}$

E) $\frac{5}{4}$

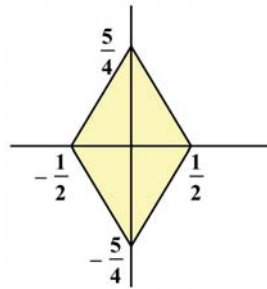
Çözüm

Bu şekli ötelediğimizde alanı değişmez. O halde,

$$x = x' + 6 \quad \text{ve} \quad y = y' + \frac{29}{2}$$

yazılırsa verilen eşitsizlik

$$|5x| + |2y| \leq \frac{5}{2}$$

biçimine dönüşür. Bu bölge eşkenar dörtgen şeklinde bir bölgedir. $y = 0$ ise $|x| \leq \frac{1}{2}$ ve $x = 0$ ise $|y| \leq \frac{5}{4}$ olduğundan aşağıdaki gibi olacaktır.Bu bölgenin alanı ise köşegenlerinin çarpımının yarısıdır ve $\frac{1 \cdot (5/2)}{2} = \frac{5}{4}$ bulunur.**Yanıt : E) $\frac{5}{4}$**

Questions with no answer choices - вопросы без вариантов ответа- cavab variantları olmayan suallar.

The answers to questions 16, 17, 18, 19 and 20 are two-digit positive numbers. After solving these questions, find the number of the question in the optical form and code the two-digit number.

Ответы на вопросы 16, 17, 18, 19 и 20 — двузначные положительные числа. Решив эти вопросы, найдите номер вопроса в оптической форме и закодируйте двузначное число.

16, 17, 18, 19 və 20-ci sualların cavabları ikirəqəmli müsbət ədədlərdir. Bu sualları həll etdikdən sonra optik formada sualın nömrəsini tapın və ikirəqəmli rəqəmi kodlayın.

16.



15 puan - 15 points - 15 баллов - 15 xal

16 Bir x sayısından büyük olmayan en büyük tam sayıya x sayısının tam değeri denir ve $\lfloor x \rfloor$ ile gösterilir.

$$x^2 = \frac{402! - 401!}{401! - 400!}$$

denklemini sağlayan x pozitif sayısı için $\lfloor x \rfloor$ değeri kaçtır?

16 The largest integer that is not greater than a number x is called the integer part of the number x and is denoted by $\lfloor x \rfloor$. What is the value of $\lfloor x \rfloor$ for a positive number x that satisfies the equation

$$x^2 = \frac{402! - 401!}{401! - 400!} ?$$

16 Наибольшее целое число, не превышающее число x , называется целой частью числа x и обозначается $\lfloor x \rfloor$. Каково значение $\lfloor x \rfloor$ для положительного числа x , удовлетворяющего уравнению

$$x^2 = \frac{402! - 401!}{401! - 400!} ?$$

16 x ədəmindən böyük olmayan ən böyük tam ədədə x -in tam qiyməti deyilir və $\lfloor x \rfloor$ ilə işarələnir.

$$x^2 = \frac{402! - 401!}{401! - 400!}$$

tənliyini ödəyən müsbət x ədədi üçün $\lfloor x \rfloor$ -in qiyməti neçədir?

Çözüm

$$x^2 = \frac{401 \cdot 401!}{400 \cdot 400!} = \frac{401^2}{400} \Rightarrow x = \frac{401}{20} \Rightarrow \lfloor x \rfloor = 20$$

Yanıt : B) 20

17.



15 puan - 15 points - 15 баллов - 15 xal

17 $-14 < x < -1$ ve $3 < y \leq 12$ ise,

$$\frac{3x - 7y}{xy}$$

ifadesinin alabileceği tam sayı değerlerin toplamı kaçtır?

17 If $-14 < x < -1$ and $3 < y \leq 12$, what is the sum of the integer values that the expression

$$\frac{3x - 7y}{xy}$$

can take?

17 Если $-14 < x < -1$ и $3 < y \leq 12$, то какова сумма целых значений, которые может принимать выражение

$$\frac{3x - 7y}{xy} ?$$

17 $-14 < x < -1$ və $3 < y \leq 12$ olarsa,

$$\frac{3x - 7y}{xy}$$

ifadəsinin ala biləcəyi tam qiymətlərin cəmi neçəyə bərabərdir?

Çözüm

$$\frac{3x - 7y}{xy} = \frac{3}{y} - \frac{7}{x}$$

biçimi,nde yazalım.

$$-14 < x < -1 \Rightarrow -\frac{1}{14} > \frac{1}{x} > \frac{-1}{1} \quad 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{-7}{x} < 7$$

$$3 < y \leq 12 \Rightarrow \frac{1}{3} > \frac{1}{y} \geq \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \leq \frac{3}{y} < 1 \quad 2$$

olduğundan (1) ve (2) taraf tarafa toplanırsa

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} < \frac{3}{y} - \frac{7}{x} < 7 + 1 \Rightarrow \frac{3}{4} < \frac{3x - 7y}{xy} < 8$$

elde edilir. O halde, bu eşitsizliği sağlayan tam sayılar

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

olur. Bunların toplamı da

$$1 + 2 + \dots + 7 = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$$

elde edilir. **Yanıt : 28**

18.



15 puan - 15 points - 15 баллов - 15 xal

18 $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 198 + 199 + 200$ toplamında belirli sayıda "+" işareti "-" işaretiyle değiştirilerek 10000 sayısı elde edilmiştir. İşareti değiştirilmeyen sayıların toplamı A olsun. A sayısının rakamları toplamı kaçtır?

18 In the sum of $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 198 + 199 + 200$, a certain number of "+" signs were replaced with "-" signs to obtain the number 10000. Let the sum of the numbers whose signs were not changed be A . What is the sum of the digits of the number A ?

18 В сумме $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 198 + 199 + 200$ некоторое количество знаков «+» заменили на знаки «-» и получено число 10000. Пусть сумма чисел, знаки которых не были изменены, равна A . Какова сумма цифр числа A ?

18 $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 198 + 199 + 200$ cəmində müəyyən sayda "+" işarəsini "-" işarəsi ilə əvəz etməklə 10000 ədədi alınmışdır. İşarələri dəyişdirilməyən ədədlərin cəmi A olsun. A ədədinin rəqəmlərinin cəmi neçəyə bərabərdir?

Çözüm

Sayıların tamamının toplamı

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 199 + 200 = \frac{200 \cdot 201}{2} = 20100$$

dir. İşareti değiştirilmeyen sayıların toplamı A , değiştirilenlerin toplamı da B olsun.

$$A + B = 20100$$

$$A - B = 10000$$

denklemlerinden $2A = 30100$ ve $A = 15050$ olur. A sayısının rakamları toplamı 11 bulunur.

Yanıt : 11

19.



15 puan - 15 points - 15 баллов - 15 xal

19 Bir abc üç basamaklı sayısı için $P_n(abc) = a^n \cdot b^n \cdot c^n$ olsun. Örneğin,

$$P_3(512) = 5^3 \cdot 1^3 \cdot 2^3 = 1000. \text{ Buna göre,}$$

$$P_3(111) + P_3(112) + P_3(113) + \cdots + P_3(998) + P_3(999)$$

toplamının pozitif bölen sayısı kaçtır?

19 Let $P_n(abc) = a^n \cdot b^n \cdot c^n$ for a three-digit number abc . For example,

$$P_3(512) = 5^3 \cdot 1^3 \cdot 2^3 = 1000. \text{ What is the number of positive divisors of the sum}$$

$$P_3(111) + P_3(112) + P_3(113) + \cdots + P_3(998) + P_3(999) ?$$

19 Пусть для трехзначного числа abc , $P_n(abc) = a^n \cdot b^n \cdot c^n$. Например,

$$P_3(512) = 5^3 \cdot 1^3 \cdot 2^3 = 1000. \text{ Каково количество положительных делителей суммы}$$

$$P_3(111) + P_3(112) + P_3(113) + \cdots + P_3(998) + P_3(999) ?$$

19 Üçrəqəmli abc ədədi üçün $P_n(abc) = a^n \cdot b^n \cdot c^n$ olsun. Məsələn,

$$P_3(512) = 5^3 \cdot 1^3 \cdot 2^3 = 1000.$$

$$P_3(111) + P_3(112) + P_3(113) + \cdots + P_3(998) + P_3(999)$$

cəminin müsbət bölənlərinin sayı neçədir?

Çözüm

$$\begin{aligned} S &= (1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + 9^3)(1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + 9^3)(1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + 9^3) \\ &= \left(\frac{9 \cdot 10}{2} \right)^6 \\ &= 3^{12} 5^6 \end{aligned}$$

olduğundan, pozitif bölen sayısı $13 \cdot 7 = 91$ olur.

Yanıt : 91

20.



15 puan - 15 points - 15 баллов - 15 xal

20 Bir f fonksiyonu her reel x için, $f(101 - x) = f(x)$ ve $f(70 - x) = f(x + 30)$ eşitliklerini sağlamaktadır. Eğer $f(3) + f(5) + f(15) = 42$ ise, $f(2) + f(4) + f(8) + f(16)$ toplamı kaçtır?

20 Let a function f satisfy the equations $f(101 - x) = f(x)$ and $f(70 - x) = f(x + 30)$ for all real x . If $f(3) + f(5) + f(15) = 42$, what is the sum of $f(2) + f(4) + f(8) + f(16)$?

20 Пусть функция f удовлетворяет уравнениям $f(101 - x) = f(x)$ и $f(70 - x) = f(x + 30)$ для всех действительных x . Если $f(3) + f(5) + f(15) = 42$, чему равна сумма $f(2) + f(4) + f(8) + f(16)$?

20 f funksiyası bütün real x ədədləri üçün $f(101 - x) = f(x)$ və $f(70 - x) = f(x + 30)$ tənliklərini ödəsin. Əgər $f(3) + f(5) + f(15) = 42$ olarsa, $f(2) + f(4) + f(8) + f(16)$ cəmi neçəyə bərabərdir?

Cözüm

İkinci eşitlikte x yerine $(x - 30)$ yazarsak, $f(x) = f(100 - x)$ olur. Birinci denklemlle kıyaslarsak, her x için

$$f(101 - x) = f(100 - x)$$

olur. $x = -y + 100$ yazarsak, her y için

$$f(y + 1) = f(y)$$

olur. Yani, f periyodu 1 olan periyodik fonksiyondur. O halde, $f(1) = a$ dersek, her $k \in \mathbb{Z}$ için $f(k) = a$ olur. Verilen koşuldun,

$$3a = 42 \Rightarrow a = 14$$

bulunur. O halde,

$$f(2) + f(4) + f(8) + f(16) = 4 \cdot 14 = 56$$

elde edilir.

Yanıt : 56



2025

Soruların Puanları

1	A	11	A	1	8 puan	11	11 puan
2	D	12	A	2	8 puan	12	12 puan
3	E	13	D	3	9 puan	13	12 puan
4	A	14	B	4	9 puan	14	12 puan
5	E	15	E	5	9 puan	15	13 puan
6	C	16	20	6	10 puan	16	15 puan
7	D	17	28	7	10 puan	17	15 puan
8	B	18	11	8	10 puan	18	15 puan
9	C	19	91	9	11 puan	19	15 puan
10	B	20	56	10	11 puan	20	15 puan

DESTEKLEYENLER



altın nokta