



## ULUSAL ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYATI

ULUSAL ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYAT  
YETERLİLİK SINAVI

Soru kitapçığı türü

# 10. SINIF A

15 NİSAN 2023 Cumartesi, 15.30-17.10

ADI SOYADI : .....

OKUL ..... SINIF : .....

İMZA : .....

### SINAVLA İLGİLİ UYULACAK KURALLAR

1. Cep telefonuyla sınav girmek yasaktır. Cep telefonunuzu görevliye teslim ediniz. Bu sınav 20 sorudan oluşmaktadır ve sınav süresi 100 dakikadır.
2. Cevap kağıdımıza soru kitapçığımızın türünü işaretlemeyi unutmayınız.
2. Her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı, cevap kağıdımızdaki ilgili kutucuğu tamamen karalayarak işaretleyiniz. Soru kitapçığındaki hiç bir işaretleme değerlendirmeye alınmayacaktır.
3. Her soru eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürmektedir. Boş bırakılan soruların değerlendirmede olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır.
4. Sorular zorluk sırasında DEĞİLDİR. Dolayısıyla yanıtlamaya geçmeden önce bütün soruları gözden geçirmeniz önerilir.
5. Sınavda pergel, cetvel, hesap makinesi gibi yardımcı araçlar ve karalama kağıdı kullanılması yasaktır. Tüm işlemlerinizi soru kitapçığı üzerinde yapınız.
6. Sınav süresince görevlilerle konuşulmayacak ve onlara soru sorulmayacaktır. Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen, en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir.
7. Öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
8. İlk 60 dakika sınavdan çıkmak yasaktır. Dışarıya çıkan bir aday tekrar sınava alınmayacaktır.
9. Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kağıdımızı ve soru kitapçığımızı görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

1.  $a, b, c$  reel sayıları için  $a - b = 6$  ise

$$ac + bc - c^2 - ab$$

ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 9 B) 10

C) 11

D) 8

E) 7

2. Yükseklikleri 15, 20 ve 30 olan bir üçgenin çevresinin uzunluğu  $\sqrt{15}$  sayısının kaç katıdır?

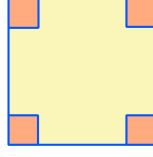
A) 24 B) 15

C) 21

D) 18

E) 30

3. Bir kenarı 10 olan bir karenin dört köşesinden herbirinin alanı 2 olan dört kare kesiliyor. Elde edilen yeni şeklin iç kısmına çizilebilecek en büyük karenin alanı,  $a$  ve  $b$  tamsayı olmak üzere,  $a + b\sqrt{2}$  ise  $a + b$  kaçtır?



- A) 80 B) 60 C) 100 D) 110 E) 70

4. Aşağıda kutu içindeki bir tamsayı kutu dışına belirli bir kurala göre çıkabilmektedir.

$$\boxed{1} = 1, \quad \boxed{x} \cdot \boxed{y} = \boxed{x + y} + \boxed{x - y}$$

olduğuna göre,  $\boxed{2023}$  kaçtır?

- A) 1 B) -2 C) 2 D) 1024 E) 1023

5.  $K(n)$  ile  $n$  sayısının rakamlarından en küçüğü gösterilsin. Örneğin,  $K(27) = 2$ 'dir. Buna göre, aşağıdaki toplamı hesaplayınız :

$$K(10) + K(11) + K(12) + \cdots + K(99)$$

- A) 285                      B) 100                      C) 113                      D) 111                      E) 119

6.  $m, n, k$  pozitif tamsayılar olmak üzere,

$$\sqrt[4]{x^m \sqrt[7]{x^n \sqrt[9]{x^k}}}$$

ifadesi her pozitif  $x$  tamsayısı için bir tamsayı oluyorsa,  $m + n + k$  en az kaçtır?

- A) 18 B) 19                      C) 12                      D) 27                      E) 22

7. Bir  $B$  kümesinin eleman sayısı  $s(B)$  ile gösterilir. Buna göre,  $A = \{1, 2, 3, \dots, 11\}$  kümesinin boş kümeden farklı kaç tane  $B$  altkümesinde  $s(B)$  değeri eleman olarak bulunmaz? Örneğin,

$$B = \{1, 2, 4\}, s(B) = 3 \text{ ve } s(B) \notin B$$

olduğundan  $B$  kümesi koşula uygundur.

A) 1023

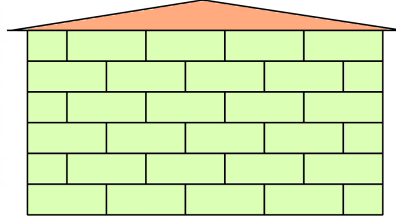
B) 513

C) 1024

D) 2048

E) 2047

8. Aşağıda 6 katlı bir otelin odalarının planı verilmiştir. Bir odanın tavanı ile başka bir odanın tabanı ortak kısma sahipse bu odalara **altüst komşu** diyelim. Her kattan bir oda seçilmek ve ardışık katlardan seçilen odaların birbirine altüst komşu olması koşuluyla, bu otelden 6 oda kaç farklı şekilde seçilebilir?



A) 116 B) 100

C) 113

D) 111

E) 119

9.

$$\frac{a-b}{c}, \frac{b-c}{a}, \frac{c-a}{b}$$

ifadeleri tamsayı olacak şekilde,  $a$ ,  $b$  ve  $c$  pozitif tamsayılarından her biri 14'ten küçük olan kaç  $(a, b, c)$  sıralı üçlüsü vardır?

A) 85 B) 108

C) 100

D) 72

E) 13

10.  $n!$  sayısı  $n$  ve  $n$ 'den küçük tüm pozitif tamsayıların çarpımını gösterir. Örneğin,  $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$  gibi. Buna göre,  $a$  ile  $b$  aralarında asal pozitif tamsayılar olmak üzere,  $\frac{a}{b}$  formundaki rasyonel sayılardan kaçını için

$$a \cdot b = 17!$$

eşitliği sağlanır?

A) 128

B) 144

C) 64

D) 236

E) 256

11. Rakamları sıfırdan farklı ve rakamlarının her birine tam bölünebilen  $aabb$  biçimindeki tüm dört basamaklı sayıların sayısı kaçtır?  
A) 16 B) 13 C) 10 D) 19 E) 20

12.  $p^3 + 4p^2 + 4p$  sayısının tam 30 pozitif böleni olacak şekilde en küçük  $p$  asal sayısının rakamları toplamı kaçtır?  
A) 7 B) 5 C) 11 D) 9 E) 8

13.

$$S = (1 + 2 + 2^2) 2! + (1 + 3 + 3^2) 3! + \dots + (1 + 99 + 99^2) 99!$$

sayısının  $10^4$  ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 9996B) 9992

C) 9994

D) 9998

E) 9990

14.

$$\sqrt{x + 3 - 2\sqrt{x + 2}} + \sqrt{x + 27 - 10\sqrt{x + 2}} = 4$$

eşitliğini sağlayan reel  $x$  sayılarının oluşturduğu en geniş aralığın uzunluğu kaçtır?

A) 24B) 12

C) 20

D) 25

E) 28



15. 3 kişi bir masanın etrafında bulunan farklı renklerdeki 16 sandalyeye, aralarında 2'den fazla sandalye olmak üzere kaç farklı şekilde oturabilirler?
- A) 1440                      B) 1350                      C) 1530                      D) 1620                      E) 1728

16.

$$(2 + x)(2 + 2x)(2 + 3x) \cdots (2 + 27x)$$

ifadesinin açılmasıyla elde edilen polinomda  $x^2$  teriminin katsayısının 5 ile bölümünden elde edilen kalan kaçtır?

(**Not :** İlk  $n$  sayının kareleri toplamı :  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  formülüyle hesaplanabilir.)

A) 4B) 0

C) 2

D) 7

E) 1

17.

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{202 - x}}{\sqrt{x} + \sqrt{101}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{202 - x}}{\sqrt{202 - x} + \sqrt{101}} - 2 = 0$$

denkleminin kaç tamsayı çözümü vardır?

A) 203B) 200

C) 101

D) 100

E) 202

18.  $x$  ve  $y$  reel sayıları için,

$$\begin{cases} (x + \sqrt{x^2 + 1})(y + \sqrt{y^2 + 1}) = 1 \\ x^2 + y^2 = 3 \end{cases}$$

denklemleri sağlanıyorsa  $x \cdot y + \frac{1}{2}$  kaçtır?

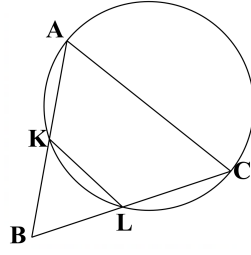
A) -1 B) 2

C) 3

D) 1

E) -2

19. Bir  $\triangle ABC$  üçgeninde,  $|AB| = |AC| = 12$  ve  $|BC| = 16$  olmak üzere,  $[AC]$  çaplı bir çember, bu üçgenin  $[AB]$  ve  $[AC]$  kenarını sırasıyla  $K$  ve  $L$  noktalarında kesiyorsa,  $|KL|$  uzunluğunun karesi kaçtır?
- A) 64 B) 49 C) 80 D) 72 E) 50



20.  $P(x)$  katsayıları tamsayı olan bir polinom olsun.  $a, b, c, d$  farklı tamsayıları için,

$$P(a) = P(b) = P(c) = P(d) = 7$$

ise,  $P(x) = 14$  eşitliğini sağlayan kaç  $x$  tamsayısı bulunabilir?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

